



Investigating the effect of magnetic field on the natural convection and entropy generation in a Al_2O_3 -Water nanofluid enclosure

Seyyed Masoud Seyyedi^{1*}, Mehdi Hashemi Tilehnoee²

¹ Associate Professor, Department of Mechanical Engineering, Aliabad Katoul Branch, Islamic Azad University, Aliabad Katoul, Iran.

² Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Aliabad Katoul Branch, Islamic Azad University, Aliabad Katoul, Iran.

* 9345149417, Aliabad Katoul, Iran, s.masoud_seyyedi@aliabadiu.ac.ir

Article info

Article history:

Received: 1 Apr 2023

Revised: 1 Jun 2023

Accepted: 9 Jul 2023

Available online: 9 Jul 2023

Keywords:

Heat transfer

Natural convection

Enclosure

Entropy generation

Nanofluid

<https://doi.org/10.22077/AEC.2023.6253.1019>

AEC.2023.6253.1019

Abstract

One of the most widely used subjects in mechanical engineering is the investigation of the flow and natural convection heat transfer in enclosures. The main purpose of this paper is to investigate an angled external magnetic field on fluid flow characteristics, natural convection heat transfer and entropy generation in a cavity-an enclosed space between a square and cylindrical channel-which is filled with water-aluminum oxide nanofluid. To achieve this goal, first the governing equations of the problem-conservation of mass, momentum and energy-are written in dimensionless form and then they are solved numerically using the finite element-based control volume method. The effect of important dimensionless parameters such as Rayleigh number, Hartmann number, magnetic field angle, amount and shape of nanoparticles and aspect ratio on flow and temperature fields, average Nusselt number and entropy generation number are investigated. The results show that when the Rayleigh number increases from 10^3 to 10^5 , the value of the average Nusselt number increases by 44.7% and the value of the entropy generation number increases by about 5.4 times. For Rayleigh 10^5 , when the Hartmann number increases from zero to 20, the average Nusselt number and entropy generation number decrease by 9.2% and 6%, respectively. In Hartmann 20, when the nanoparticle shape changes from a spherical to a platelet, the average Nusselt number and the entropy generation number increase by 7.6% and 4.1%, respectively.

بررسی اثر میدان مغناطیسی بر روی انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی و تولید آنتروپی در یک محفظه پر شده با نانو سیال آب-اکسید آلومینیوم

سید مسعود سیدی^{۱*}، مهدی هاشمی تیله‌نویی^۲

^۱ دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد علی‌آباد کتول، دانشگاه آزاد اسلامی، علی‌آباد کتول، ایران

^۲ استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد علی‌آباد کتول، دانشگاه آزاد اسلامی، علی‌آباد کتول، ایران

* ۹۳۴۵۱۴۹۴۱۷، علی‌آباد کتول، ایران، s.masoud_seyyedi@aliabadiu.ac.ir

چکیده

یکی از موضوعات پرکاربرد در مهندسی مکانیک، بررسی جریان و انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی در محفظه‌ها است. هدف اصلی این مقاله، بررسی اثرات یک میدان مغناطیسی خارجی زاویه دار بر روی مشخصه‌های جریان سیال، انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی و تولید آنتروپی در یک محفظه فضای محصور بین یک مجرا مربعی و استوانه‌ای می‌باشد که با نانو سیال آب-اکسید آلومینیوم پر شده است. برای رسیدن به این هدف، ابتدا معادلات حاکم بر مساله بقاء جرم، اندازه حرکت و انرژی به صورت بدون بعد نوشته می‌شوند و سپس به صورت عددی با استفاده از روش حجم کنترل بر پایه المان محدود حل می‌شوند. اثر پارامترهای بدون بعد مهم مانند عدد رایلی، عدد هارتمن، زاویه میدان مغناطیسی، مقدار و شکل نانو ذره و نسبت هندسی بر روی میدان‌های جریان و دما، عدد ناسلت متوسط و عدد تولید آنتروپی بررسی می‌شوند. نتایج نشان می‌دهد که هنگامی که عدد رایلی از 10^3 به 10^5 افزایش می‌یابد، مقدار عدد ناسلت متوسط 44.7 درصد افزایش می‌یابد و مقدار عدد تولید آنتروپی حدوداً 5.4 برابر می‌شود. برای رایلی 10^5 ، وقتی مقدار عدد هارتمن از صفر به 20 افزایش می‌یابد، عدد ناسلت متوسط و عدد تولید آنتروپی به ترتیب 9.2 درصد و 6 درصد کاهش می‌یابند. در هارتمن 20 وقتی شکل نانو ذره از کروی به قرصی تغییر می‌کند، عدد ناسلت متوسط و عدد تولید آنتروپی به ترتیب 7.6 درصد و 4.1 درصد افزایش می‌یابند.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت: ۰۲/۰۱/۱۲

بازنگری: ۰۲/۰۳/۱۱

پذیرش: ۰۲/۰۴/۱۸

نشر برخط: ۰۲/۰۴/۱۸

کلمات کلیدی:

انتقال حرارت

جابه‌جایی طبیعی

محفظة بسته

تولید آنتروپی

نانو سیال

انرژی را بر روی انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد در یک محفظه بررسی کردند. آن‌ها فرض کردند فضای بین دو استوانه متداخل با نانو سیال اکسید آهن-آب پر شده است. در سال 2019 سیدی و همکاران [۱۴] اثر میدان مغناطیسی را بر روی انتقال حرارت جابه‌جایی و تولید آنتروپی در یک محفظه مربعی شبیدار بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که تولید آنتروپی با افزایش عدد هارتمن (افزایش قدرت میدان مغناطیسی) کاهش می‌یابد. آن‌ها همچنین روابطی برای محاسبه عدد تولید آنتروپی پیشنهاد کردند. در سال 2019 جریان جابه‌جایی آزاد بین دو دیسک چرخان با نانو سیال هیبریدی توسط چامخا و همکاران [۱۵] مطالعه شد. آن‌ها در کارشان اثر گرمایش ژول و تابش حرارتی را در نظر گرفتند. در سال 2019 سیدی و همکاران [۱۶] اثر شکل نانو ذره و میدان مغناطیسی بر روی عدد ناسلت متوسط و عدد تولید آنتروپی در یک محفظه با فضای محصور بین دو نیم‌دایره متحدالمرکز با دیواره موجی شکل را بررسی کردند. آن‌ها در کارشان، یک معیار جدید به نام ضریب عملکرد زیست محیطی تعریف نمودند. آن‌ها نتیجه گرفتند که برای نانوسیالات قرصی شکل، عدد ناسلت متوسط بیشتر از سایر اشکال نانو ذره است. در سال 2020 هاشمی و همکاران [۱۷] اثر میدان مغناطیسی در جریان جابه‌جایی آزاد متلاطم در یک محفظه متخلخل با هیتر موجی شکل را مطالعه کردند. آن‌ها نانو سیال آب-اکسید آلومینیوم را به عنوان سیال کاری در نظر گرفتند. نتایج آن‌ها نشان داد که در جریان متلاطم، عدد ناسلت با افزایش عدد داریس کاهش می‌یابد. در سال 2020 اثر میدان مغناطیسی بر عدد ناسلت متوسط و عدد تولید آنتروپی در یک محفظه دلگون شکل با محیط متخلخل توسط سیدی [۱۸] بررسی شد که دو رابطه برای عدد ناسلت متوسط و عدد تولید آنتروپی بر حسب متغیرهای تأثیر گذار یعنی عدد رایلی، عدد هارتمن و درصد نانو ذره پیشنهاد شد.

در سال‌های اخیر به منظور افزایش انتقال حرارت در نانوسیالات، یک نوع نانو سیال جدید به نام مواد تغییر فاز دهنده کیسوله شده (NEPCM)^۱ پیشنهاد شده است که از یک هسته و یک پوسته تشکیل شده است که هسته از مواد تغییر فاز دهنده ساخته می‌شود. در سال 2020 سیدی و همکاران [۱۹]، اثر دمای ذوب مواد تغییر فاز دهنده را بر روی جریان سیال و انتقال حرارت در یک محفظه که حاوی NEPCM بود، بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که یک مقدار بیشینه برای عدد ناسلت متوسط و یک مقدار کمینه برای عدد تولید آنتروپی در یک دمای ذوب خاص وجود دارد. در سال 2020 هاشمی و همکاران [۲۰]، اثر محل قرارگیری مجراهای سرد را در یک محفظه مربعی بر روی جریان و انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی بررسی کردند. آن‌ها NEPCM را به عنوان نانو ذره در نظر گرفتند. در سال 2022 فریدونی [۲۱]، اثر میدان مغناطیسی بر روی انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد در یک محفظه Γ شکل حاوی NEPCM را بررسی کرد. در سال 2022 انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد در یک محفظه چرخان که با سیال پایه آب و ذرات NEPCM پر شده بود توسط الحشاش و همکاران [۲۲]، مطالعه شد. در سال 2023 هاشمی و همکاران [۲۳]، اثر میدان الکتریکی را بر روی جریان و انتقال حرارت جابه‌جایی در یک محفظه با مجراهای سرمایشی مختلف بررسی کردند. آن‌ها NEPCM را به عنوان نانو ذره در نظر گرفتند. نتایج آن‌ها نشان داد که عدد ناسلت متوسط با افزایش شدت میدان الکتریکی افزایش می‌یابد. همچنین، عدد بیجان متوسط (نسبت عدد تولید آنتروپی در اثر انتقال حرارت به عدد تولید آنتروپی کل) با افزایش شدت میدان الکتریکی، افزایش می‌یابد در حالی که با افزایش عدد رایلی، کاهش می‌یابد. در سال 2023 مانا و همکاران [۲۴]، به بررسی اثرات قرار گیری هیتر و کولر بر روی انتقال حرارت و تولید آنتروپی در یک محفظه دو بعدی به شکل یک چهارم دایره که با نانو سیال هیبریدی پر شده بود، پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که عدد ناسلت متوسط با افزایش عدد رایلی افزایش می‌یابد در حالی که با افزایش شدت میدان مغناطیسی (افزایش عدد هارتمن) کاهش می‌یابد. همچنین تولید آنتروپی با افزایش عدد هارتمن، کاهش می‌یابد. در سال 2023 اثر میدان مغناطیسی بر روی مشخصه‌های انتقال حرارت جابه‌جایی و تولید آنتروپی در یک محفظه مربعی با نانو سیال هیبریدی توسط اختر و همکاران [۲۵]، بررسی شد. آن‌ها یک سوم طول ضلع مربع در قسمت میانی دیواره پایینی را به عنوان دیواره گرم، یک سوم طول ضلع مربع در قسمت میانی هر کدام از سه ضلع دیگر را به عنوان دیواره سرد و بقیه طول دیواره‌ها را عایق در نظر گرفتند. همچنین، در مرکز

بررسی انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی در محفظه‌ها یکی از موضوعات مورد علاقه مهندسی مکانیک است که کاربردهای صنعتی زیادی مانند سرمایش و گرمایش ساختمان‌ها، کلکتورهای خورشیدی، سرمایش قطعات الکترونیکی و رشد کریستال‌ها در مایعات دارد. حرکت سیال در جابه‌جایی آزاد درون محفظه‌ها به دلیل اختلاف چگالی سیال گرم و سرد اتفاق می‌افتد که خود نتیجه‌ای از وجود اختلاف دما بین دیواره‌های محفظه است. در سال‌های اخیر، پژوهش‌های زیادی در زمینه بررسی انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی در محفظه‌ها صورت گرفته است. در سال 2008 کیم و همکاران [۱]، جریان و انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی در یک محفظه بسته با سیال هوا را به صورت عددی مطالعه کردند. آن‌ها فضای بین یک مجرا استوانه‌ای (به عنوان دیواره گرم) و مجرا مربعی (به عنوان دیواره سرد) را در حالت دو بعدی به عنوان فضای حل در نظر گرفتند. آن‌ها مکان قرارگیری استوانه داخلی را در راستای محور عمودی تغییر دادند و اثرات آن را بررسی نمودند. نتایج آن‌ها نشان داد که شکل خطوط جریان و همدم تابعی از محل قرارگیری استوانه گرم و عدد رایلی می‌باشد. در سال 2009 پیر مجدی و همکاران [۲]، اثر میدان مغناطیسی را در یک محفظه مربعی شکل با سیال هوا بررسی کردند. آن‌ها دیواره‌های عمودی سمت راست و چپ محفظه را، به ترتیب دیواره‌های سرد و گرم و دیواره‌های افقی را عایق در نظر گرفتند. آن‌ها اثر میدان مغناطیسی بر روی جریان را با عدد بدون بعد هارتمن مدل‌سازی کردند و نتیجه گرفتند با افزایش عدد هارتمن، سرعت جریان و مقدار انتقال حرارت کم می‌شود. در سال 2010 اثر میدان مغناطیسی زاویه دار بر روی انتقال حرارت و تولید آنتروپی در یک محفظه مربعی توسط آل جری و همکاران [۳] مطالعه شد. نتایج آن‌ها نشان داد برای سیالات با مقادیر پائین عدد پرانتل، تولید آنتروپی با افزایش عدد هارتمن کاهش می‌یابد. در سال 2012 اسماعیلی پور و عبدالله زاده [۴]، جابه‌جایی آزاد در یک محفظه با دیواره‌های موجی شکل را مدل‌سازی کردند. در سال 2014 انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد و تولید آنتروپی در یک محفظه مربعی شبیدار توسط شایوک و همکاران [۵] بررسی شد. نتایج آن‌ها نشان داد که با افزایش شیب محفظه، تولید آنتروپی در اثر اصطکاک افزایش می‌یابد ولی تولید آنتروپی در اثر انتقال حرارت کاهش می‌یابد. یکی از روش‌های افزایش انتقال حرارت، استفاده از نانو سیالات است. نانو سیال از افزودن نانو ذراتی مانند مس، اکسید مس، اکسید آلومینیوم، اکسید آهن و ... به سیالات پایه مانند آب، الکل، روغن و ... به دست می‌آید. واژه نانو سیال نخستین بار توسط چوی [۶] پیشنهاد شد. ویژگی و امتیاز اصلی نانو سیالات، بالاتر بودن ضریب انتقال حرارت هدایتی آن‌ها نسبت به سیالات خالص (سیالات پایه) است. در سال 2016 چو و همکاران [۷] انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی و تولید آنتروپی را برای یک محفظه شبیدار با دیواره‌های موجی مطالعه کردند. آن‌ها سیال کاری را آب-اکسید آلومینیوم در نظر گرفتند. در سال 2016 یک مقاله مروری خوب توسط داس و همکاران [۸] منتشر شده است که در آن پژوهش‌های گذشته در زمینه انتقال حرارت جابه‌جایی در محفظه‌ها با هندسه‌های مختلف بررسی شده است. در سال 2017 حسینی آباد شاپوری و همکاران [۹] به تحلیل جابه‌جایی آزاد نانو سیال آب-اکسید آلومینیوم در یک محفظه مربعی با مرزهای نیم دایره‌ای در بالا و پایین محفظه پرداختند. آن‌ها نتیجه گرفتند که با افزایش کسر حجمی نانوذرات عدد ناسلت متوسط جریان افزایش می‌یابد که بیان نمودند این موضوع ناشی از افزایش هدایت حرارتی می‌باشد. در سال 2017 بوندراوا و همکاران [۱۰] با استفاده از حل عددی، تولید آنتروپی را برای یک محفظه مثلثی با نانو سیال آب-مس دست آوردند. در سال 2018 اثر میدان مغناطیسی بر روی انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی در یک محفظه استوانه‌ای با نانو سیال آب-مس توسط دوگونجی و همکاران [۱۱] بررسی شد. نتایج آن‌ها نشان داد که نرخ انتقال حرارت جابه‌جایی با افزایش درصد نانو ذرات افزایش می‌یابد در حالی که با افزایش قدرت میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد. در سال 2019 انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی نانو سیال آب-اکسید آلومینیوم با خواص متغیر در جریان آشفتنه درون یک محفظه مربعی با منابع حرارتی گرم و سرد برجسته روی دیواره‌های عمودی آن به صورت عددی توسط شیخ زاده و همکاران [۱۲] بررسی شد. آن‌ها لزجت سیال پایه، ضریب هدایت حرارتی و لزجت نانوسیال را تابع دما و کسر حجمی نانو ذرات در نظر گرفتند. در سال 2019 دوگونجی و همکاران [۱۳]، اثر جمله تابشی در معادله

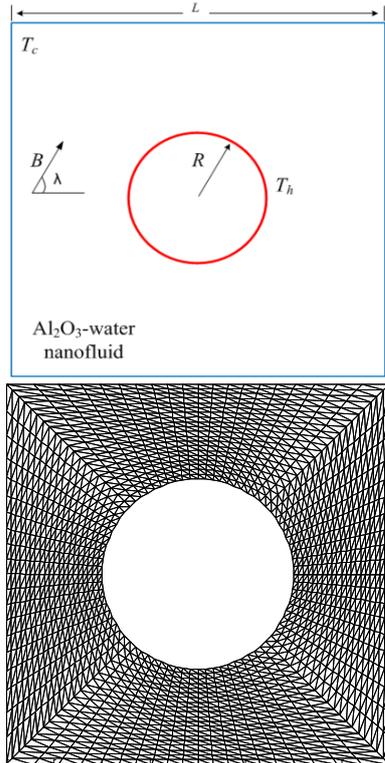


Fig. 1. Schematic of the considered problem.

شکل ۱. شماتیک مساله مورد نظر.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu_{nf} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{\sigma_{nf} B_0^2}{\rho_{nf}} (v \sin \lambda \cos \lambda - u \sin^2 \lambda) \quad (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu_{nf} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{\sigma_{nf} B_0^2}{\rho_{nf}} (u \sin \lambda \cos \lambda - v \cos^2 \lambda) + g \beta_{nf} (T - T_c) \quad (3)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{nf} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

۲-۱- محاسبه خواص نانوسیال

خواص نانو سیال که در روابط (۱) تا (۴) ظاهر گردیدند، به کمک روابط زیر قابل محاسبه هستند.

چگالی نانو سیال توسط رابطه (۵)، محاسبه می شود [۱۱]:

$$\rho_{nf} = \rho_f (1 - \phi) + \rho_s \phi \quad (5)$$

که در رابطه بالا، ϕ درصد نانو ذره است. ρ_s و ρ_f به ترتیب چگالی سیال (آب) و چگالی نانو ذره (در اینجا اکسید آلومینیوم) می باشند. لزجت دینامیکی نانو سیال توسط مدل برینکن [۲۹] و هدایت حرارتی آن، توسط مدل همیلتون و کراسر [۱۱] قابل محاسبه هستند که به ترتیب در رابطه های (۶) و (۷) نشان داده می شوند:

محفظه مربعی، یک استوانه هادی انتقال گرمای هدایتی به عنوان مانع عبور جریان در نظر گرفتند. نتایج آن ها مشخص نمود که با افزایش عدد رایلی و عدد دارسی، عدد بیجان متوسط کاهش می یابد در حالی که مقدار آن، با افزایش عدد هارتمن و مقدار نانو ذرات هیبریدی، افزایش می یابد. در سال ۲۰۲۳ یاسمن و همکاران [۲۶]، به تحلیل انتقال حرارت و جریان نانو سیال درون یک محفظه شش ضلعی پرداختند که روی سطح گرم داخلی آن چهار عدد پره نصب شده بود. آن ها نانو سیال آب-اکسید منیزیم را به عنوان سیال کاری انتخاب نمودند و اثر میدان مغناطیسی را بر نرخ انتقال حرارت بررسی کردند. آن ها برای حل معادلات جریان سیال از نرم افزار تجاری کامسول استفاده نمودند. نتایج آن ها نشان داد که سرعت جریان سیال درون محفظه شش ضلعی، با عدد رایلی ارتباط مستقیم و با عدد هارتمن نسبت معکوس دارد. همچنین آن ها نتیجه گرفتند که نرخ انتقال حرارت با افزایش طول پره ها، افزایش می یابد.

با توجه به پژوهش های گذشته، هدف از این پژوهش بررسی اثر میدان مغناطیسی زاویه دار بر روی جریان سیال، انتقال حرارت جابه جایی طبیعی و تولید آنتروپی در یک محفظه است که فضایی محصور بین یک مجرا مربعی و یک مجرا استوانه ای است. سیال کاری آب-اکسید آلومینیوم (Al_2O_3) در نظر گرفته می شود. شباهت، تفاوت و نوآوری پژوهش حاضر نسبت به مراجع [۱]، [۲۷] و [۲۸] عبارتند از:

۱- هندسه در نظر گرفته شده در پژوهش حاضر با مراجع ذکر شده یکسان است.

۲- در پژوهش حاضر سیال کاری نانو سیال آب-اکسید آلومینیوم در نظر گرفته شده در حالی که در این سه مرجع، هوا سیال کاری بوده است. بنابراین، در کار حاضر، اثرات مقدار و شکل نانو ذره بر جریان، انتقال حرارت و تولید آنتروپی بررسی می شود.

۳- در پژوهش حاضر اثر میدان مغناطیسی زاویه دار بر روی جریان، انتقال حرارت و تولید آنتروپی بررسی می شود در حالی که در مراجع مذکور، تنها میدان خارجی حاکم بر جریان، شتاب جاذبه است.

۴- تحلیل قانون دوم، یعنی به دست آوردن عدد تولید آنتروپی گام فراتری نسبت به مراجع فوق الذکر است.

۵- روش حل عددی در پژوهش حاضر، روش حجم کنترل بر پایه المان محدود (CVFEM) است که روشی کارآمدتر نسبت به روش های عددی استفاده شده در پژوهش های پیشین است. این عبارت، در بخش روش حل عددی بیشتر توضیح داده می شود.

۲ - بیان مساله و معادلات حاکم

شماتیک هندسه مد نظر در این پژوهش در شکل (۱) نشان داده شده است.

مجرا استوانه ای و مربعی به ترتیب دیواره گرم و سرد محفظه را تشکیل می دهند. علاوه بر نیروی گرانش زمین، یک میدان مغناطیسی خارجی زاویه دار بر روی جریان اثر می گذارد. سیال کاری نانو سیال آب-اکسید آلومینیوم در نظر گرفته می شود.

برای استخراج معادلات حاکم بر مساله، فرضیات در نظر گرفته شده عبارتند از:

- جریان پایا، دوبعدی، آرام و غیر قابل تراکم فرض می شود.
- دمای دیواره گرم و سرد ثابت و به ترتیب برابر T_h و T_c فرض می شود.
- از تقریب بوزینسک^۱ برای ارتباط بین چگالی و دما استفاده می شود.
- از اثر گرمایش ژول و اتلاف لزجت صرف نظر می شود.
- نانو سیال پایدار فرض می شود.
- خواص نانو سیال تابعی از مقدار و شکل نانو ذره، خواص سیال پایه و خواص نانو ذره خواهد بود که از روابط معتبر داده شده در پژوهش های گذشته استفاده می شود.

با توجه به فرضیات مطرح شده، معادلات بقاء جرم، اندازه حرکت و انرژی به ترتیب در معادلات (۱) تا (۴) آمده است [۱۶]:

1. Control Volume based on the Finite Element Method (CVFEM)
2. Boussinesq approximation

$$Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f}, \quad Ra = \frac{g\beta_f L^3 (T_h - T_c)}{\nu_f \alpha_f}$$

$$Ha = B_0 L \sqrt{\frac{\sigma_f}{\rho_f \nu_f}} \quad (17)$$

شرایط مرزی برای شکل (۱) عبارتند از:

$$\theta = 1.0 \text{ on the inner wall}$$

$$\theta = 0.0 \text{ on the outer wall}$$

$$\Psi = 0 \text{ on all solid walls} \quad (18)$$

لازم است بیان شود که برای به دست آوردن معادله (۱۵)، باید از طرفین معادله اندازه حرکت در جهت x (معادله (۲)) نسبت به y مشتق گرفته شود و از طرفین معادله اندازه حرکت در جهت y (معادله (۳)) نسبت به x مشتق گرفته شود. سپس با تفاضل معادلات حاصل، جمله فشار از معادلات حذف می‌شود و با استفاده از تعریف تابع جریان و تابع چرخش (معادلات (۱۲) و (۱۳))، معادله (۱۵) حاصل می‌شود.

عدد ناسلت محلی و ناسلت متوسط روی دیواره گرم، به ترتیب با استفاده از روابط (۱۹) و (۲۰) به دست می‌آیند:

$$Nu_{local} = -\left(\frac{k_{nf}}{k_f}\right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial r}\right)_{r=R} \quad (19)$$

$$Nu_{ave} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Nu_{local}(\zeta) d\zeta \quad (20)$$

۲-۳- تولید آنتروپی

محاسبه تولید آنتروپی که مبتنی بر تحلیل قانون دوم ترمودینامیک است، می‌تواند برای طراحی سیستم‌های حرارتی مفید باشد. نرخ تولید آنتروپی می‌تواند به کمک رابطه (۲۱) محاسبه شود [۱۸]:

$$\dot{S}_{gen} = \frac{k_{nf}}{T_0^2} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)^2 \right]$$

$$+ \frac{\mu_{nf}}{T_0} \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 \right]$$

$$+ \frac{\sigma_{nf} (uB_0 \sin \lambda - vB_0 \cos \lambda)^2}{T_0} \quad (21)$$

معادله (۲۱) که رابطه تولید آنتروپی محلی است، در طرف دوم شامل سه جمله است که به ترتیب عبارتند از: تولید آنتروپی محلی در اثر انتقال حرارت، تولید آنتروپی محلی در اثر جریان سیال لزج و تولید آنتروپی محلی در اثر میدان مغناطیسی. شکل بدون بعد معادله تولید آنتروپی محلی به شکل رابطه (۲۲) خواهد بود [۱۸]:

$$N_{L,gen} = \frac{\dot{S}_{gen}}{\left[\left(\frac{k_f}{T_0^2}\right) \left(\frac{\Delta T}{L}\right)^2\right]} = \frac{k_{nf}}{k_f} \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial X}\right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y}\right)^2 \right]$$

$$+ \frac{\mu_{nf}}{\mu_f} \Phi_f \left[4 \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X \partial Y}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2}\right)^2 \right]$$

$$+ \frac{\sigma_{nf}}{\sigma_f} Ha^2 \Phi_f \left[\frac{\partial \Psi}{\partial Y} \sin \lambda + \frac{\partial \Psi}{\partial X} \cos \lambda \right]^2 \quad (22)$$

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\phi)^{2.5}} \quad (6)$$

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + (m-1)k_f - (m-1)\phi(k_f - k_s)}{k_s + (m-1)k_f + \phi(k_f - k_s)} \quad (7)$$

در رابطه (۷)، پارامتر m ضریب شکل نامیده می‌شود که نشان دهنده اثر شکل نانو ذره است. ظرفیت گرمایی ویژه، ضریب انبساط حجمی، هدایت الکتریکی و هدایت حرارتی نانو سیال به ترتیب توسط روابط (۸) تا (۱۱) محاسبه می‌گردند [۱۶]:

$$(\rho C_p)_{nf} = (\rho C_p)_f (1-\phi) + (\rho C_p)_s \phi \quad (8)$$

$$(\rho \beta)_{nf} = (\rho \beta)_f (1-\phi) + (\rho \beta)_s \phi \quad (9)$$

$$\frac{\sigma_{nf}}{\sigma_f} = 1 + \frac{3\left(\frac{\sigma_s}{\sigma_f} - 1\right)\phi}{\left(\frac{\sigma_s}{\sigma_f} + 2\right) - \left(\frac{\sigma_s}{\sigma_f} - 1\right)\phi} \quad (10)$$

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{nf}}{(\rho C_p)_{nf}} \quad (11)$$

۲-۲- معادلات بدون بعد حاکم

برای رسیدن به معادلات بدون بعد حاکم، ابتدا باید متغیرهای بدون بعد، تابع جریان و تابع چرخش را تعریف کنیم [۱۴]:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \text{ and } \omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (12)$$

$$X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad AR = \frac{R}{L}, \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}$$

$$\Omega = \frac{\omega L^2}{\alpha_f} \text{ and } \Psi = \frac{\psi}{\alpha_f} \quad (13)$$

بنابراین با استفاده از معادلات (۱۲) و (۱۳)، معادلات (۱) تا (۴) می‌توانند به صورت بدون بعد بازنویسی شوند [۱۸]:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega \quad (14)$$

$$\left[\frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \Omega}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial \Omega}{\partial Y} \right] = \frac{\mu_{nf}}{\rho_f} Pr \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} \right)$$

$$+ \frac{\beta_{nf}}{\beta_f} Ra Pr \frac{\partial \theta}{\partial X} + \frac{\sigma_{nf}}{\sigma_f} Ha^2 Pr$$

$$\left(\cos^2 \beta \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \sin^2 \beta \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} + 2 \sin \beta \cos \beta \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X \partial Y} \right) \quad (15)$$

$$\left[\frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \theta}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right] = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (16)$$

در رابطه (۱۵)، اعداد بدون بعد رایلی، پرانتل و هارتمن به صورت زیر تعریف می‌شوند:

در اینجا، به منظور حل معادلات بدون بعد حاکم بر مساله یعنی معادلات (۱۴) تا (۱۸) یک برنامه به زبان برنامه نویسی فترن نوشته شده است. بعد از حل معادلات حاکم، عدد ناسلت توسط روابط (۱۹) و (۲۰) به دست می آید و سپس با استفاده از معادلات (۲۵) تا (۳۱) عدد تولید آنتروپی محاسبه می شود. شکل (۲)، الگوریتم حل مساله را نشان می دهد.

۳-۱- بررسی استقلال شبکه

برای اطمینان از اینکه اندازه شبکه (تعداد شبکه) بر روی حل عددی تاثیر گذار نیست و جواب به دست آمده مستقل از تعداد شبکه است، نیاز است استقلال شبکه مورد مطالعه قرارگیرد. برای این منظور، مساله با تعداد شبکه مختلف برای پارامترهای $Pr = 6.2$, $\lambda = 30^\circ$, $Ha = 50$, $Ra = 10^5$, $\phi = 0.05$ ، $m = 3$ و $AR = 0.2$ تست می شود. جدول (۱) نتیجه را نشان می دهد که مشاهده می گردد اگر شبکه 81×241 انتخاب شود، حل مستقل از اندازه شبکه خواهد بود.

جدول ۱. اثر اندازه شبکه بر N_{gen} ، Nu_{ave} و $|\Psi_{max}|$

Table 1. The effect of size grid on the $|\Psi_{max}|$, Nu_{ave} and N_{gen} .

Mesh	51×151	61×181	71×211	81×241	91×271
$ \Psi_{max} $	2.357	2.353	2.347	2.344	2.343
Nu_{ave}	4.00	4.01	4.01	4.01	4.01
N_{gen}	36.04	36.14	36.23	36.31	36.37

۳-۲- اعتبارسنجی نتایج

به منظور اعتبارسنجی، نتایج به دست آمده از برنامه با پنج مرجع [۱]، [۲]، [۲۷]، [۲۸] و [۳۲] مقایسه شده اند. در اولین مقایسه، میدان های جریان و دما برای سیال هوا در هندسه پژوهش حاضر در عدد رایلی 10^5 به دست آمد و با مرجع [۱]، مقایسه شد که نتیجه در شکل (۳) نشان داده شده است. در دومین مقایسه، عدد ناسلت متوسط برای سیال هوا در هندسه پژوهش حاضر برای اعداد رایلی 10^4 و 10^5 به دست آمد و با مراجع [۱]، [۲۷] و [۲۸] مقایسه شد که جدول (۲) نتایج را نشان می دهد. در مقایسه اول و دوم میدان مغناطیسی وجود نداشته است. برای اطمینان از صحت مدل سازی میدان مغناطیسی در برنامه نوشته شده، در سومین مقایسه، عدد ناسلت متوسط برای سیالی با عدد پرانتل 0.733 در یک هندسه مربعی در دو عدد رایلی مختلف برای اعداد هارتمن مختلف محاسبه شد و با نتایج مرجع [۲]، مقایسه شد که نتیجه در جدول (۳) نشان داده شده است. در چهارمین مقایسه، به منظور ارزیابی صحت برنامه نوشته شده برای خواص نانو سیال، برنامه برای هندسه مساله مطرح شده در مرجع [۳۳] که در آن نانو ذرات مس به سیال پایه (آب) اضافه شده اند، بازنویسی شد و میدان های جریان و دما ترسیم شدند که نتایج در شکل (۴) نشان داده اند. همه مقایسه ها نشان می دهد که توافق خوبی بین نتایج مراجع پیشین و پژوهش حاضر وجود دارد.

در رابطه (۲۲)، $N_{L,gen}$ عدد تولید آنتروپی محلی نامیده می شود و Φ_f نشان دهنده نسبت توزیع آنتروپی است که به صورت رابطه (۲۳) بیان می شود [۱۴]:

$$\Phi_f = \frac{\mu_f T_0}{k_f} \left(\frac{\alpha_f}{L \Delta T} \right)^2 \quad (23)$$

در رابطه (۲۳)، T_0 دمای متوسط $(T_0 = (T_h + T_c)/2)$ و ΔT اختلاف دمای بین دیواره های گرم و سرد محفظه است $(\Delta T = T_h - T_c)$. معادله (۲۲) می تواند به صورت زیر بازنویسی شود:

$$N_{L,gen} = N_{L,HT} + N_{L,FF} + N_{L,MF} \quad (24)$$

که در آن $N_{L,HT}$ ، $N_{L,FF}$ و $N_{L,MF}$ به ترتیب نشان دهنده عدد تولید آنتروپی محلی در اثر انتقال حرارت، عدد تولید آنتروپی محلی در اثر جریان سیال لزج و عدد تولید آنتروپی محلی در اثر میدان مغناطیسی می باشند. بنابراین داریم:

$$N_{L,HT} = \frac{k_{nf}}{k_f} \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)^2 \right] \quad (25)$$

$$N_{L,FF} = \frac{\mu_{nf}}{\mu_f} \Phi_f \left[4 \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X \partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \right)^2 \right] \quad (26)$$

$$N_{L,MF} = \frac{\sigma_{nf}}{\sigma_f} Ha^2 \Phi_f \left[\frac{\partial \Psi}{\partial Y} \sin \lambda + \frac{\partial \Psi}{\partial X} \cos \lambda \right]^2 \quad (27)$$

عدد تولید آنتروپی کل، با کمک انتگرال گیری از روابط (۲۵) تا (۲۷) روی حجم سیستم به دست می آید. بنابراین داریم [۱۴]:

$$\int_V N_{L,HT} dV \quad (28)$$

$$N_{T,FF} = \int_V N_{L,FF} dV \quad (29)$$

$$N_{T,MF} = \int_V N_{L,MF} dV \quad (30)$$

با جمع روابط (۲۸) تا (۳۰)، عدد تولید آنتروپی کل، به دست می آید:

$$N_{gen} = N_{T,HT} + N_{T,FF} + N_{T,MF} \quad (31)$$

۳ - روش حل عددی

در این پژوهش، از روش حجم کنترل بر پایه المان محدود (CVFEM) استفاده می شود. روش CVFEM ترکیبی از روش المان محدود (FEM) و روش حجم محدود (FVM) می باشد که نخستین بار توسط ساباس و بالیجا [۳۰] معرفی شده است. ویژگی این روش این است که از مزایای هر دو روش المان محدود و حجم محدود استفاده می نماید. به عنوان مثال برای مسائل دو بعدی در این روش، المان های مثلثی در نظر گرفته می شود که هر گره با هفت گره اطراف خودش در ارتباط خواهد بود (برای گره هایی که در مرزهای هندسه واقع نباشند). یکی دیگر از ویژگی های این روش کاربرد تقریباً ساده آن به مسائل مکانیک جامدات و مکانیک سیالات می باشد. در پیوست روابط اصلی برای نحوه گسسته سازی معادلات آورده شده است. برای اطلاعات بیشتر، لطفاً مراجع [۳۱] و [۳۲] مطالعه شوند.

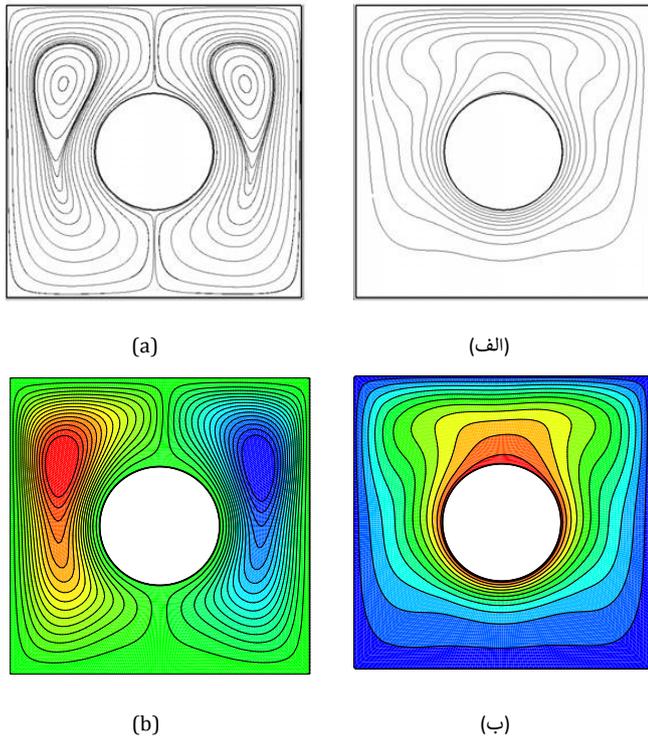


Fig. 3 Streamline (left) and isotherms (Right) at $Ra = 10^5$ for (a) Kim et al. [1] and (b) present work.

شکل ۳. خطوط جریان (چپ) و خطوط همدمما (راست) در $Ra = 10^5$ برای (الف) کیم و همکاران [۱] و (ب) پژوهش حاضر.

جدول ۳. مقادیر عدد ناسلت متوسط برای اعداد هارتمن مختلف در $Ra = 10^4$ و $Pr = 0.733$ وقتی $Ra = 10^5$.

Table 3. The values of average Nusselt number for different values of Hartmann number at $Ra = 10^4$ and $Ra = 10^5$ when $Pr = 0.733$.

Ra	Ha	Pirmohammadi et al. [2]	Present study	Difference (%)
10^4	0	2.29	2.25	1.79
	10	1.97	1.93	1.83
	50	1.06	1.04	1.89
	100	1.02	1.00	1.57
10^5	0	4.62	4.57	1.06
	25	3.51	3.47	1.14
	100	1.37	1.35	1.75

علاوه بر درصد خطای نسبی بیان شده در جدول (۳)، با توجه به رابطه (۳۲) می‌توان خطای جذر میانگین مربعات را برای داده‌های جدول (۳) به دست آورد. در رابطه (۳۲)، منظور از $Nu_{ave,2i}$ و $Nu_{ave,1i}$ به ترتیب عدد ناسلت برای مرجع [۲] و پژوهش حاضر می‌باشد. این خطا برای اعداد رایلی 10^4 و 10^5 به ترتیب برابر 0.039 و 0.030 به دست می‌آید که به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$e_{rms} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Nu_{ave,2i} - Nu_{ave,1i})^2} \quad (32)$$

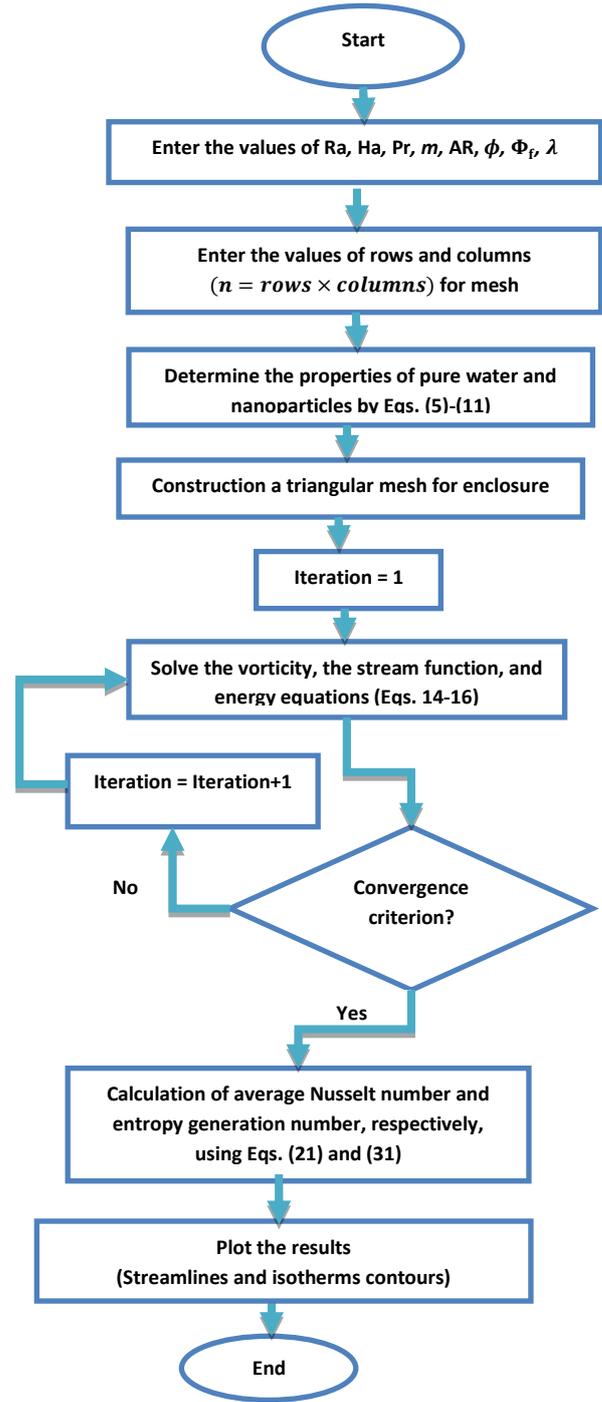


Fig. 2. The algorithm for solving of problem.

شکل ۲. الگوریتم برای حل مساله.

جدول ۲. مقایسه Nu_{ave} و $|\Psi_{max}|$ در $Pr = 0.71$ و $L/2R = 2.5$.

Table 2. The comparison of $|\Psi_{max}|$ and Nu_{ave} at $L/2R = 2.5$ and $Pr = 0.71$.

	$ \Psi_{max} $		Nu_{ave}	
	$Ra = 10^4$	$Ra = 10^5$	$Ra = 10^4$	$Ra = 10^5$
Kim et al. [1]	-	-	3.41	5.1385
Moukalled and Acharya [27]	1.02	8.38	3.33	5.08
Shu et al. [28]	0.970	8.10	3.24	4.86
Present study	0.989	8.05	3.21	4.867

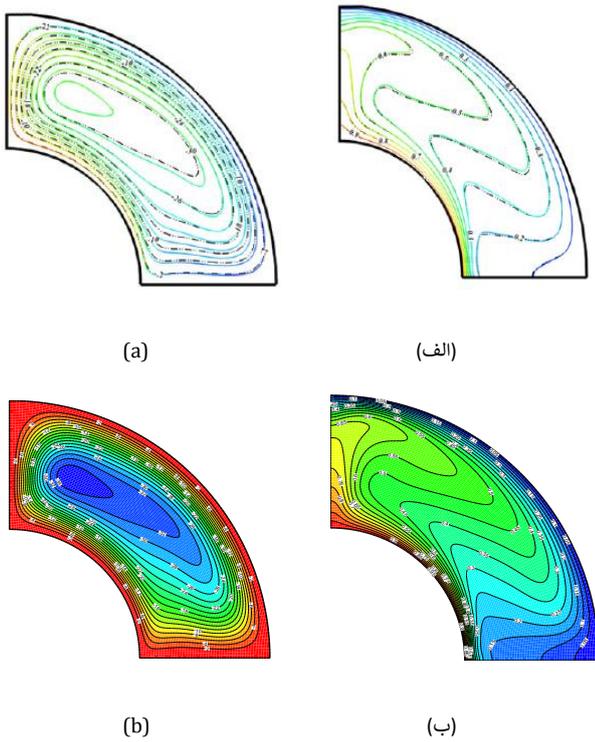


Fig. 4. Streamline (left) and isotherms (Right) for nanofluid (a) Soleimani et al. [33] $|\Psi_{max}|_{nf} = 35.460$ and (b) present work $|\Psi_{max}|_{nf} = 35.463$. شکل ۴. خطوط جریان (چپ) و خطوط همدمای (راست) برای نانو سیال (الف) سلیمانی و همکاران [۳۳] $|\Psi_{max}|_{nf} = 35.460$ و (ب) پژوهش حاضر $|\Psi_{max}|_{nf} = 35.463$.

۴-۱- بررسی حالت انتقال حرارت هدایتی خالص

حالت هدایت خالص در محفظه تحت بررسی زمانی اتفاق می افتد که عدد رایلی برابر صفر باشد. در واقع انتقال گرما از دیواره گرم به دیواره سرد فقط از طریق انتقال حرارت هدایتی خواهد بود و جریان جابه جایی (همرفتی) در محفظه وجود ندارد. اگر محفظه مد نظر، از آب خالص پر شود (بدون ذرات نانو) و از وجود میدان مغناطیسی صرف نظر شود، برای این شرایط عدد ناسلت برابر 3.14 و عدد تولید آنتروپی برابر 9.25 به دست خواهند آمد. شکل (۵) خطوط همدمای را برای این شرایط نشان می دهد.

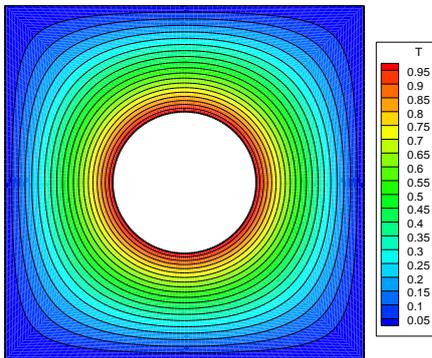


Fig. 5. Isotherms for $Ha = 0$ and $\phi = 0$ at $Ra = 0$ (pure conduction). شکل ۵. خطوط همدمای برای $Ha = 0$ و $\phi = 0$ و $Ra = 0$ (هدایت خالص).

۴-۲- بررسی اثر عدد رایلی بر جریان سیال، انتقال حرارت و تولید آنتروپی

شکل (۶) خطوط جریان و همدمای را در اعداد رایلی 10^3 و 10^5 نشان می دهد. همچنان که مشاهده می شود با افزایش عدد رایلی، مقدار قدر مطلق حداکثر تابع جریان ($|\Psi_{max}|$) افزایش می یابد. این بدان مفهوم است که با افزایش عدد رایلی،

برای عدد رایلی 10^4 داریم:

$$e_{rms} = \sqrt{\frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 (2.29 - 2.25)^2 + (1.97 - 1.93)^2 + (1.06 - 1.04)^2 + (1.02 - 1.00)^2}$$

$$= 0.030 \tag{۳۳}$$

برای عدد رایلی 10^5 داریم:

$$e_{rms} = \sqrt{\frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (4.62 - 4.57)^2 + (3.51 - 3.47)^2 + (1.37 - 1.35)^2}$$

$$= 0.039 \tag{۳۴}$$

۴ - بحث و بررسی نتایج

با توجه به هندسه مساله و تعداد پارامترها، ابتدا مقادیری پیش فرض برای تمام پارامترها در نظر می گیریم که در جدول (۴) نشان داده شده اند. برای بررسی اثر هر پارامتر، مقدار پارامتر مد نظر را تغییر می دهیم و سایر پارامترها را ثابت در نظر می گیریم. همچنین در جدول (۵) خواص ترموفیزیکی آب و نانو ذره اکسید آلومینیوم داده شده است.

جدول ۴. مقادیر پیش فرض پارامترهای ورودی.

Table 4. Default values of input parameters.

Parameter	Ra	Pr	Ha	$\lambda(^{\circ})$	ϕ	m	AR	Φ
Default value	10^5	6.2	20	0	0.05	3	0.2	10^{-4}

جدول ۵. خواص ترموفیزیکی آب و نانو ذره [۷].

Table 5. Thermophysical properties of water and nanoparticle [7].

Property	Pure Water	Al_2O_3
$\rho(kgm^{-3})$	997.1	3970
$C_p(Jkg^{-1}K^{-1})$	4179	765
$k(Wm^{-1}K^{-1})$	0.613	40
$\beta(K^{-1})$	0.00021	0.00085
$Pr(-)$	6.2	-
$\mu(kgm^{-1}s^{-1})$	0.00089	-
$\sigma(\mu S/cm)$	0.05	10^{-10}

شکل نانو ذره و مقدار ضریب شکل مرتبط با آن (یعنی پارامتر m در رابطه (۷)) در جدول (۶)، نشان داده شده است [۱۶]. شکل نانو ذره می تواند کروی^۱، مکعبی (خشتی)^۲، استوانه ای^۳ یا قرصی (پلاکتی)^۴ باشد.

جدول ۶. مقادیر ضریب شکل برای شکلهای مختلف نانو ذره شکل ابعاد هندسی.

Table 6. The values of shape factor of different shapes of nanoparticles.

Name	Shape	Shapes factor (m)
Spherical		3
Brick		3.7
Cylinder		4.8
Platelet		5.7

1. Spherical
2. Brick
3. Cylindrical
4. Platelet

همه مقادیر اعداد رایلی، عدد ناسلت متوسط کاهش می‌یابد. زیرا افزایش عدد هارتمن در واقع سرعت جریان را کاهش می‌دهد. به عنوان مثال، برای رایلی 10^5 ، وقتی مقدار عدد هارتمن از صفر (یعنی جریان بدون حضور میدان مغناطیسی) به مقدار 20 افزایش می‌یابد، مقدار عدد ناسلت متوسط از 5.24 به 4.76 کاهش می‌یابد (9.2 درصد کاهش می‌یابد). برای این حالت مقدار عدد تولید آنتروپی از 57.39 به 53.95 کاهش می‌یابد (6 درصد کاهش می‌یابد).

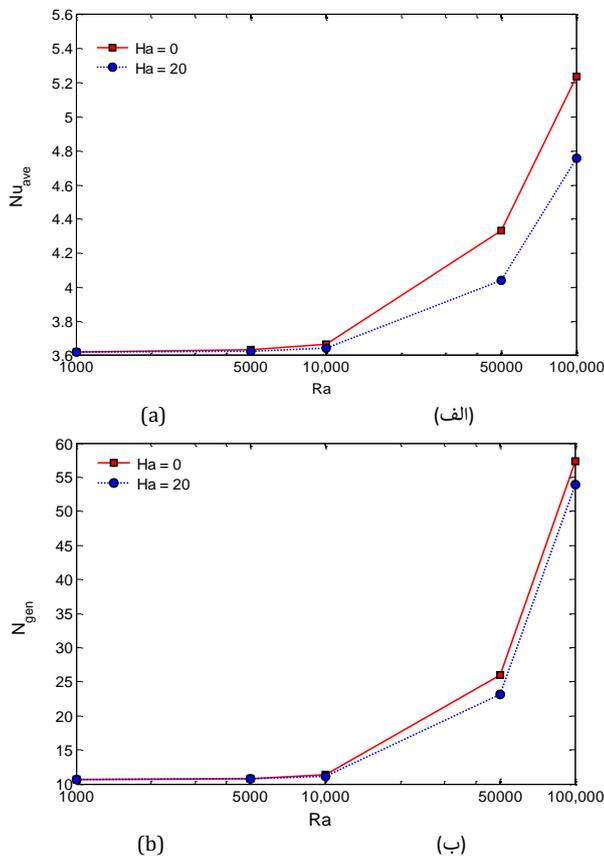


Fig. 7. The average Nusselt number and entropy generation number versus Rayleigh number for $Ha = 0$ and $Ha = 20$. شکل ۷. عدد ناسلت متوسط و عدد تولید آنتروپی بر حسب عدد رایلی برای $Ha = 0$ و $Ha = 20$.

۴-۳- بررسی اثر میدان مغناطیسی، مقدار و شکل نانو ذره بر جریان سیال، انتقال حرارت و تولید آنتروپی

شکل (۸) خطوط جریان و همدمای را برای دو مقدار عدد هارتمن نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که وقتی عدد هارتمن از صفر (جریان بدون حضور میدان مغناطیسی) به 100 افزایش می‌یابد، مقدار قدر مطلق حداکثر تابع جریان $|\Psi_{max}|$ از 7.82 به 0.7 کاهش می‌یابد. به عبارتی در این حالت، سرعت جریان بسیار کاهش می‌یابد. همچنین وقتی قدرت میدان مغناطیسی به قدر کافی زیاد شود (افزایش عدد هارتمن)، جریان از حالت یک گردابه در بالای محفظه به دو گردابه کاملاً مجزا در بالا و پایین محفظه تبدیل می‌شود. در مورد خطوط همدمای مشاهده می‌شود با افزایش عدد هارتمن، شکل خطوط از حالت تاجی در بالای دیواره گرم استوانه‌ای، به شکل دایره‌ی متحدالمرکز در اطراف استوانه در می‌آیند. در اینجا، مقدار عدد ناسلت متوسط از 5.24 به 3.66 کاهش می‌یابد (30.1 درصد کاهش می‌یابد) و مقدار عدد تولید آنتروپی از 57.4 به 18.8 کاهش می‌یابد (67.2 درصد کاهش می‌یابد). این نتیجه به وضوح بیان می‌کند که با افزایش عدد هارتمن، مقدار انتقال حرارت هدایتی بر مقدار انتقال حرارت جابه‌جایی غلبه می‌کند که باعث کاهش عدد ناسلت متوسط می‌شود. جالب است بیان گردد که هر چقدر قدرت میدان مغناطیسی افزایش یابد (یعنی عدد هارتمن بزرگتر انتخاب شود)، شکل خطوط

قدرت حرکت جریان یا به عبارتی ساده‌تر سرعت جریان افزایش می‌یابد. اولاً در هر دو شکل مربوط به خطوط جریان دیده می‌شود که جریان نسبت به محور عمودی متقارن است (نیمه چپ و راست شکل مانند یکدیگر است) که نشان دهنده صحیح بودن حل مساله است. ثانیاً وقتی مقدار عدد رایلی کم است (یعنی در عدد رایلی 10^3)، جریان به صورت تقریباً متقارن در بالا و پایین محفظه تشکیل دو گردابی می‌دهد و هنگامی که عدد رایلی زیاد می‌شود (یعنی در عدد رایلی 10^5)، فقط یک گردابی در قسمت بالایی محفظه تشکیل می‌شود زیرا در این حالت نیروی شناوری نسبت به حالت با عدد رایلی پایین، بسیار قوی تر شده است. هنگامی که عدد رایلی از 10^3 به 10^5 افزایش می‌یابد، مقدار $|\Psi_{max}|$ از 0.052 به 5.78 افزایش می‌یابد (111 برابر می‌شود). در مورد خطوط همدمای مشاهده می‌شود که در عدد رایلی 10^3 خطوط همدمای تا نزدیکی سطح مجرای مربعی، به صورت دایره متحدالمرکز اطراف مجرای استوانه‌ای می‌باشند که این حالت به حالت هدایت خالص نزدیک است چون سرعت جریان کم است و نیروی شناوری قدرتی چندانی ندارد. اما برای عدد رایلی 10^5 ، خطوط همدمای به صورت موجی شکل در می‌آیند و لایه مرزی در بالای استوانه گرم از سطح جدا می‌شود و یک ستون حرارتی شبیه تاج ایجاد می‌کند. در این حالت، فاصله خطوط همدمای در قسمت پایین مجرای استوانه‌ای کم می‌شود (خطوط همدمای متراکم می‌گردند) و در قسمت بالای مجرای استوانه‌ای فاصله خطوط همدمای زیاد می‌شود. هنگامی که عدد رایلی از 10^3 به 10^5 افزایش می‌یابد، مقدار عدد ناسلت متوسط (Nu_{ave}) از 3.62 به 4.76 افزایش می‌یابد (31.4 درصد افزایش می‌یابد). همچنین مقدار عدد تولید آنتروپی (N_{gen}) از 10.65 به 53.95 افزایش می‌یابد (حدوداً 5 برابر می‌شود).

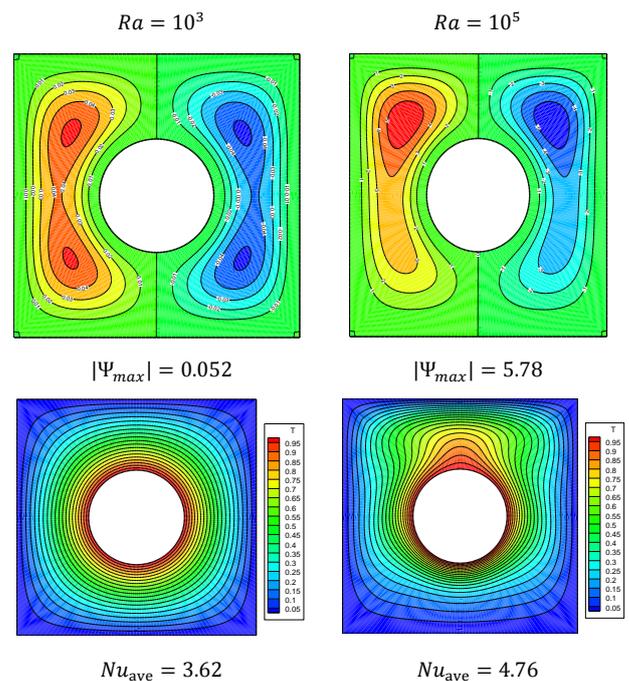


Fig. 6. Streamline and isotherms for two values of Rayleigh number. شکل ۶. خطوط جریان و همدمای برای دو مقدار عدد رایلی.

شکل (۷) تغییرات عدد ناسلت متوسط و عدد تولید آنتروپی را بر حسب عدد رایلی برای دو مقدار عدد هارتمن نشان می‌دهد. شکل نشان می‌دهد که با افزایش عدد رایلی، عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد. این بدان معنی است که با افزایش عدد رایلی، انتقال حرارت جابه‌جایی بر انتقال حرارت هدایتی غلبه می‌کند، چون قدرت نیروی شناوری بیشتر می‌شود. از دیدگاه قانون دوم ترمودینامیک نیز باید بیان نمود که با افزایش عدد رایلی، عدد تولید آنتروپی افزایش می‌یابد. به عنوان مثال برای وقتی میدان مغناطیسی وجود ندارد، هنگامی که عدد رایلی از 10^3 به 10^5 افزایش می‌یابد، مقدار عدد ناسلت متوسط از 3.62 به 5.24 افزایش می‌یابد (44.7 درصد افزایش می‌یابد). همچنین مقدار عدد تولید آنتروپی از 10.65 به 57.39 افزایش می‌یابد (حدوداً 5.4 برابر می‌شود). همچنین با افزایش عدد هارتمن، برای

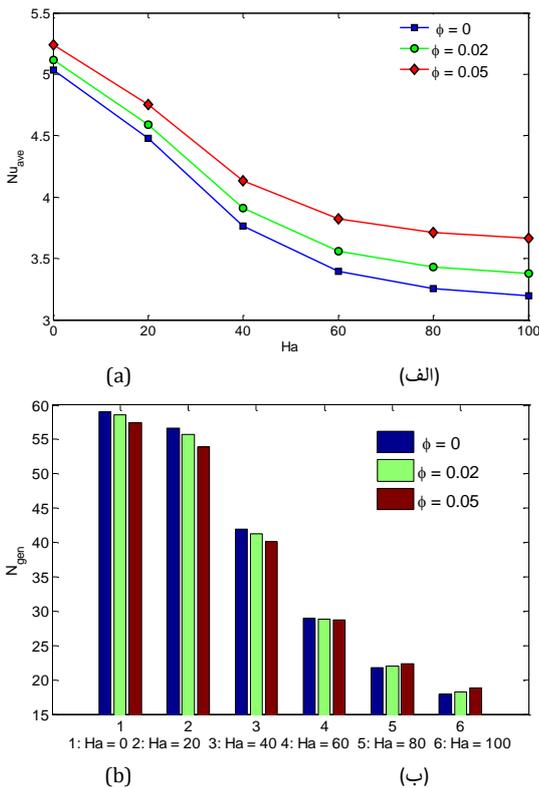


Fig. 9. The average Nusselt number and entropy generation number versus Hartmann number for different values of nanoparticle. شکل 9. عدد ناسلت متوسط و عدد تولید آنتروپی بر حسب عدد هارتمن برای مقادیر مختلف نانو ذره.

شکل (۱۰-الف و ب) به ترتیب تغییرات عدد ناسلت متوسط و عدد تولید آنتروپی را بر حسب زاویه میدان مغناطیسی در مقادیر مختلف عدد هارتمن نشان می دهد. شکل نشان می دهد که عدد ناسلت متوسط و عدد تولید آنتروپی هر دو با افزایش زاویه میدان مغناطیسی افزایش می یابند. به عنوان مثال، در هارتمن 75 وقتی زاویه میدان مغناطیسی از 15 درجه به 75 درجه افزایش می یابد، مقدار عدد ناسلت متوسط از 3.75 به 4.13 افزایش می یابد (10.1 درصد افزایش می یابد) و مقدار عدد تولید آنتروپی از 24.32 به 35.18 افزایش می یابد (44.7 درصد افزایش می یابد). این نکته باید ذکر شود که از دیدگاه طراحی، افزایش عدد ناسلت متوسط مفید است در صورتی که افزایش عدد تولید آنتروپی نا مطلوب است. نکته دیگری که باید ذکر شود این است که وقتی عدد هارتمن افزایش می یابد، تغییرات عدد ناسلت متوسط و عدد تولید آنتروپی با افزایش زاویه میدان مغناطیسی بیشتر می شود. به عنوان مثال، وقتی زاویه میدان مغناطیسی از صفر درجه به 90 درجه افزایش می یابد، تغییرات عدد ناسلت متوسط در هارتمن 25 تنها 6.4 درصد است ولی در عدد در هارتمن 75 این مقدار به 13.5 درصد افزایش می یابد. شکل (۱۱) سهم انتقال حرارت ($N_{T,HT}$)، جریان سیال لزوج ($N_{T,FF}$)، و میدان مغناطیسی ($N_{T,MF}$) را در عدد تولید آنتروپی (N_{gen}) برای دو مقدار مختلف عدد هارتمن شان می دهد (رابطه (۳۱) را ببینید). شکل نشان می دهد که با افزایش عدد هارتمن از 20 به 60، سهم میدان مغناطیسی از 29 درصد به 50 درصد و سهم انتقال حرارت از 26 درصد به 39 درصد در تولید آنتروپی افزایش می یابد در حالی که سهم جریان سیال لزوج از 45 درصد به 11 درصد کاهش می یابد.

همدما بیشتر شبیه حالت هدایت خالص می شود و عدد ناسلت متوسط نیز بیشتر کاهش می یابد.

شکل (۹-الف) تغییرات عدد ناسلت متوسط را بر حسب عدد هارتمن در سه مقدار مختلف درصد نانو ذره نشان می دهد. برای محاسبه مقادیر نشان داده شده در این شکل، نیروی میدان مغناطیسی افقی فرض شده است (مقدار پیش فرض زاویه در جدول (۴) صفر است). مشاهده می گردد که با افزایش عدد هارتمن (یعنی افزایش قدرت میدان مغناطیسی)، برای همه مقادیر نانو ذره، عدد ناسلت متوسط کاهش می یابد زیرا در این حالت، مقدار سرعت جریان کاهش می یابد و در نتیجه مقدار جابه جایی (چرخش) سیال در محفظه کم می شود که نهایتاً منجر به کاهش انتقال حرارت جابه جایی و کاهش عدد ناسلت متوسط می شود. به عنوان مثال، برای 5 درصد نانو ذره، وقتی مقدار عدد هارتمن از 20 به 80 افزایش می یابد، مقدار عدد ناسلت متوسط از 4.76 به 3.71 کاهش می یابد (22 درصد کاهش می یابد).

همچنین شکل نشان می دهد برای هر مقدار عدد هارتمن، با افزایش درصد نانو ذره، مقدار عدد ناسلت متوسط افزایش می یابد. دلیل فیزیکی آن است که با توجه به رابطه (۷)، با افزایش درصد نانو ذره نسبت هدایت حرارتی نانو سیال به هدایت حرارتی سیال پایه (در اینجا، سیال آب) افزایش می یابد و بنابراین با توجه به روابط (۱۹) و (۲۰)، مقدار عدد ناسلت متوسط افزایش می یابد. به عنوان مثال، برای عدد هارتمن 40، وقتی مقدار نانو ذره از صفر (سیال خالص) به 5 درصد افزایش می یابد، مقدار عدد ناسلت متوسط از 3.77 به 4.13 افزایش می یابد (9.7 درصد افزایش می یابد). شکل (۹-ب) مقادیر عدد تولید آنتروپی را برای مقادیر مختلف عدد هارتمن در سه مقدار مختلف درصد نانو ذره نشان می دهد. نمودار میله ای به راحتی نشان می دهد که با افزایش عدد هارتمن، عدد تولید آنتروپی کاهش می یابد. هر چند با توجه به روابط (۲۵) تا (۳۱)، شاید به نظر برسد با وجود توان دوم عدد هارتمن در رابطه (۲۷)، با افزایش عدد هارتمن باید عدد تولید آنتروپی افزایش یابد ولی باید مد نظر داشت به دلیل کاهش مقدار تابع جریان و مشتقات آن، نهایتاً عدد تولید آنتروپی کاهش خواهد یافت. به عنوان مثال، برای 5 درصد نانو ذره، وقتی مقدار عدد هارتمن از 20 به 80 افزایش می یابد، مقدار عدد تولید آنتروپی از 53.95 به 22.36 کاهش می یابد (58.6 درصد کاهش می یابد). با تغییر درصد نانو ذره، عدد تولید آنتروپی تغییر چندانی نمی کند. به عنوان مثال، برای عدد هارتمن 40، وقتی مقدار نانو ذره از صفر به 5 درصد افزایش می یابد، مقدار عدد تولید آنتروپی از 41.89 به 40.15 کاهش می یابد (4.1 درصد کاهش می یابد).

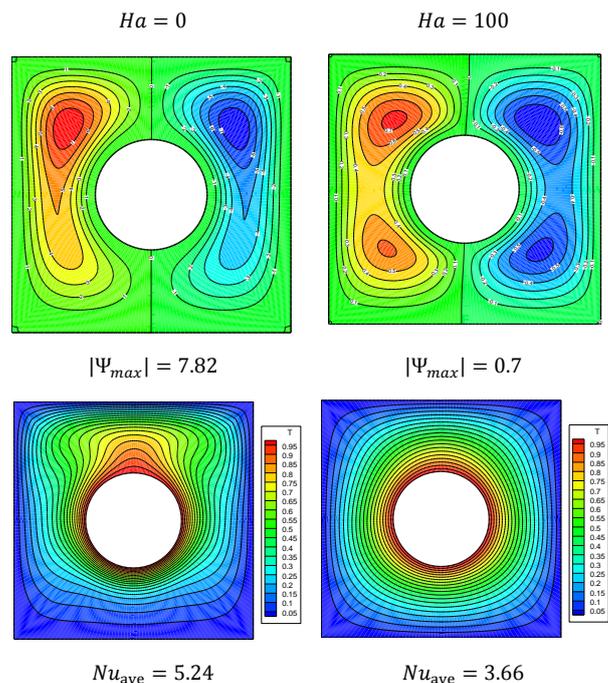


Fig. 8. Streamline and isotherms for two values of Hartmann number.

شکل 8. خطوط جریان و همدما برای دو مقدار عدد هارتمن.

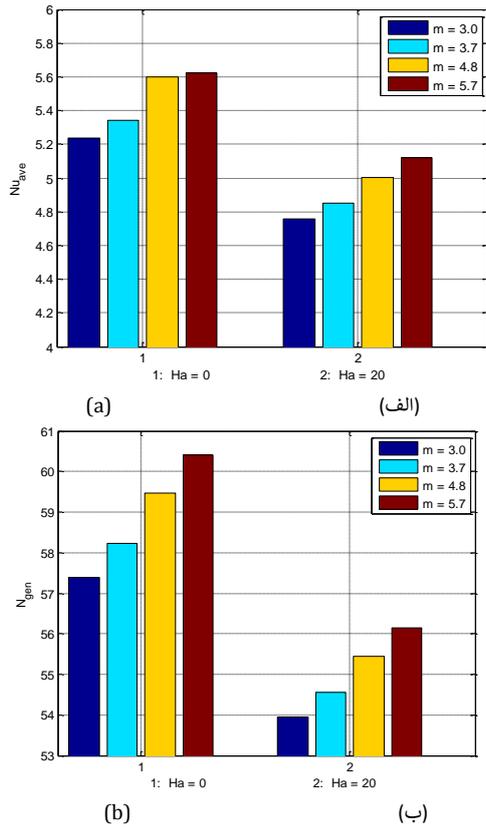


Fig. 12. The variations of average Nusselt number and entropy generation number for different values of nanoparticle shape at $Ha = 0$ and $Ha = 20$.

شکل ۱۲. تغییرات عدد ناسلت متوسط و عدد تولید آنتروپی برای مقادیر مختلف ضریب شکل نانو ذره در $Ha = 20$ و $Ha = 0$.

۴-۴- بررسی اثر نسبت هندسی بر جریان سیال، انتقال حرارت و تولید آنتروپی

شکل (۱۳) خطوط جریان و همدم را در سه مقدار مختلف نسبت هندسی نشان می‌دهد. همچنان که مشاهده می‌شود با افزایش مقدار نسبت هندسی، مقدار قدر مطلق حداکثر تابع جریان ($|\Psi_{max}|$) کاهش می‌یابد. این مقدار برای نسبت هندسی 0.1، 0.2 و 0.3 به ترتیب برابر 7.08، 5.78 و 3.46 می‌باشد. زیرا با افزایش نسبت هندسی، فاصله بین دو دیواره یا به عبارتی مجرای عبور جریان کاهش می‌یابد. همچنان که از شکل خطوط جریان دیده می‌شود، وقتی نسبت هندسی افزایش می‌یابد، جریان به دو گردابه مجزا در بالا و پایین محفظه تقسیم می‌شود.

شکل خطوط همدمها نشان می‌دهد برای نسبت هندسی کمتر (در اینجا 0.1)، خطوط همدمها در قسمت بالایی استوانه گرم به شکل قله هستند و شبیه یک تاج به سمت دیواره سرد (مجرا مربعی) پیشروی می‌کنند و هر چه نسبت هندسی افزایش می‌یابد، این قله‌های داغ به صورت تخت‌تر در می‌آیند. به راحتی تفاوت خطوط همدمها در ناحیه قرمز رنگ بین شکل‌های اول (مربوط به نسبت هندسی 0.1) و سوم (مربوط به نسبت هندسی 0.3) مشخص است. باید خاطر نشان گردد که مقدار عدد ناسلت متوسط با افزایش نسبت هندسی افزایش می‌یابد. مقدار عدد ناسلت متوسط برای نسبت هندسی 0.1، 0.2 و 0.3 به ترتیب برابر 3.55، 4.76 و 6.62 می‌باشد. دلیل افزایش عدد ناسلت متوسط را می‌توان به کاهش فاصله بین دیواره‌های گرم و سرد و در نتیجه افزایش پتانسیل گرمایی نسبت داد. همچنین مقدار عدد تولید آنتروپی برای نسبت هندسی 0.1، 0.2 و 0.3 به ترتیب برابر 52.61، 53.95 و 48.38 می‌باشد. این بیانگر آن است که عدد تولید آنتروپی در فاصله نسبت هندسی بین 0.1 تا 0.3 دارای یک مقدار بیشینه است که می‌توان با ریزتر کردن نموهای نسبت هندسی، مقدار دقیق‌تر آن را به دست آورد.

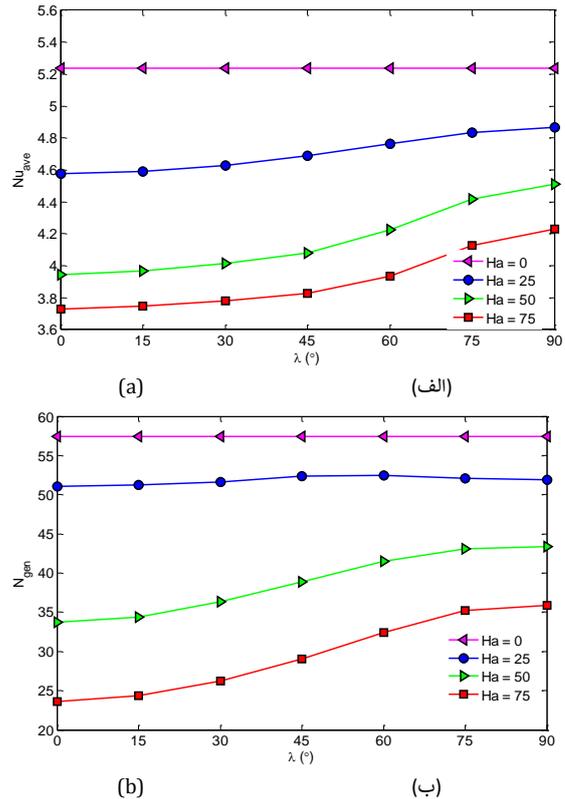


Fig. 10. The average Nusselt number and entropy generation number versus angle of magnetic field for different values of Hartmann number.

شکل ۱۰. عدد ناسلت متوسط و عدد تولید آنتروپی بر حسب زاویه میدان مغناطیسی برای اعداد هارتمن مختلف.

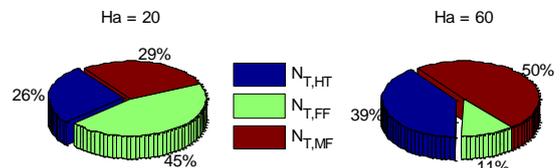


Fig. 11. Contribution of $N_{T,HT}$, $N_{T,FF}$ and $N_{T,MF}$ in N_{gen} for $Ha = 20$ and $Ha = 60$.

شکل ۱۱. سهم $N_{T,HT}$ ، $N_{T,FF}$ و $N_{T,MF}$ در N_{gen} برای $Ha = 20$ و $Ha = 60$.

شکل (۱۲-الف و ب) به ترتیب مقادیر عدد ناسلت متوسط و عدد تولید آنتروپی را برای شکل‌های مختلف نانو ذره در دو مقدار مختلف عدد هارتمن نشان می‌دهند. (جدول (۶) و رابطه (۷) را ببینید). شکل نشان می‌دهد که برای هر مقدار عدد هارتمن، مقادیر عدد ناسلت متوسط و عدد تولید آنتروپی با افزایش ضریب شکل افزایش می‌یابند. به عنوان مثال، در هارتمن 20، وقتی شکل نانو ذره از کروی به قرصی تغییر می‌کند (یعنی ضریب شکل از 3 به 5.7 افزایش می‌یابد) مقدار عدد ناسلت متوسط از 4.76 به 5.12 افزایش می‌یابد (7.6 درصد افزایش می‌یابد). برای همین حالت، مقدار عدد تولید آنتروپی از 53.95 به 56.14 افزایش می‌یابد (4.1 درصد افزایش می‌یابد). دلیل این افزایش‌ها با توجه به رابطه (۷) که نشان می‌دهد ضریب انتقال حرارت هدایتی نانو سیال با مقدار ضریب شکل رابطه مستقیم دارد، واضح است.

❖ شکل نانو ذره بر مقدار انتقال حرارت و تولید آنتروپی تاثیر دارد. هر چقدر مقدار ضریب شکل بیشتر باشد، مقادیر عدد ناسلت متوسط و عدد تولید آنتروپی افزایش می یابند. در هارتمن 20، وقتی شکل نانو ذره از کروی به قرصی تغییر می کند عدد ناسلت متوسط و عدد تولید آنتروپی به ترتیب 7.6 درصد و 4.1 درصد افزایش می یابند.

❖ با افزایش نسبت هندسی، مقدار قدر مطلق حداکثر تابع جریان کاهش می یابد در حالی که عدد ناسلت متوسط افزایش می یابد. هنگامی که نسبت هندسی از 0.1 به 0.2 افزایش می یابد، مقدار قدر مطلق حداکثر تابع جریان 18.4 درصد کاهش می یابد در حالی که عدد ناسلت متوسط و عدد تولید آنتروپی به ترتیب 33.9 درصد و 2.4 درصد افزایش می یابند.

۶ - فهرست علائم

نسبت هندسی	AR
شدت میدان مغناطیسی (T)	B_0
عدد بیجان	Be
ظرفیت گرمایی ویژه $(\text{kJkg}^{-1}\text{K}^{-1})$	C_p
شتاب گرانش (ms^{-2})	g
عدد هارتمن	Ha
هدایت حرارتی $(\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1})$	k
طول (m)	L
ضریب شکل نانو ذره	m
عدد تولید آنتروپی	N_{gen}
عدد ناسلت	Nu
فشار (Nm^{-2})	p
عدد پرانتل	Pr
عدد رایلی	Ra
نرخ تولید آنتروپی بر واحد حجم $(\text{J s}^{-1}\text{K}^{-1}\text{m}^{-3})$	\dot{S}_{gen}
دما (K)	T
سرعت در راستاهای افقی و عمودی به صورت با بعد (m s^{-1})	u, v
حجم m^3	V

حروف یونانی

ضریب پخش حرارتی $(\text{m}^2\text{s}^{-1})$	α
ضریب انبساط حجمی (K^{-1})	β
دمای بی بعد	θ
لزجت دینامیکی $(\text{kg m}^{-1}\text{s}^{-1})$	μ
لزجت سینماتیکی $(\text{m}^2\text{s}^{-1})$	ν
چگالی (kg m^{-3})	ρ
هدایت الکتریکی (S m^{-1})	σ
اختلاف دما	ΔT
کسر حجمی نانو ذره	ϕ
ضریب بازگشت ناپذیری	Φ
تابع جریان $(\text{m}^2\text{s}^{-1})$	ψ
تابع جریان بی بعد	Ψ
چرخش با بعد s^{-1}	ω
چرخش بی بعد	Ω

زیرنویس ها

متوسط	ave
سرد	c
سیال	f
جریان سیال	FF
تولید	gen
انتقال حرارت	HT
محل	local

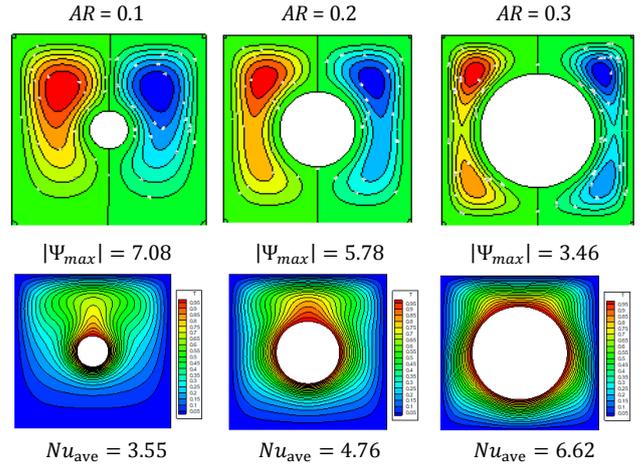


Fig. 13. Streamline and isotherms for three values of aspect ratio.

شکل ۱۳. خطوط جریان و همدمای برای سه مقدار نسبت هندسی.

۵ - جمع بندی و نتیجه گیری

در این پژوهش، اثر یک میدان مغناطیسی خارجی بر روی مشخصه های جریان سیال، انتقال حرارت جابه جایی طبیعی و تولید آنتروپی در یک محفظه بسته بررسی گردید. هندسه مورد مطالعه یک مجرا استوانه ای گرم می باشد که توسط یک مجرا مربعی سرد احاطه شده است که فضای محصور بین دو مجرا با نانو سیال آب اکسید آلومینیوم پر شده است. معادلات حاکم بر جریان به صورت عددی با استفاده از روش حجم کنترل بر پایه المان محدود حل شدند. نتایج این پژوهش را می توان به صورت زیر خلاصه نمود:

❖ در مقادیر کم اعداد رایلی، جریان همرفتی ضعیف است و انتقال حرارت هدایتی بر انتقال حرارت جابه جایی غلبه دارد که این موضوع توسط میدان های جریان، دما و عدد ناسلت متوسط آشکار است. با افزایش عدد رایلی، جریان قوی تر می شود و جریان چرخشی به سمت قسمت بالای محفظه هدایت می شود. خطوط همدمای نیز، از حالت متقارن در بالا و پایین محفظه خارج می گردند و در بالای استوانه گرم به سمت محفظه سرد کشیده می شوند. در شرایط عدم حضور میدان مغناطیسی، هنگامی که عدد رایلی از 10^3 به 10^5 افزایش می یابد، مقدار عدد ناسلت متوسط 44.7 درصد افزایش می یابد و مقدار عدد تولید آنتروپی حدوداً 5.4 برابر می شود.

❖ حضور میدان مغناطیسی باعث کاهش قدرت جریان همرفتی، کاهش انتقال حرارت جابه جایی (کاهش عدد ناسلت متوسط) و کاهش تولید آنتروپی می گردد. برای رایلی 10^5 ، وقتی مقدار عدد هارتمن از صفر به 20 افزایش می یابد، عدد ناسلت متوسط و عدد تولید آنتروپی به ترتیب 9.2 درصد و 6 درصد کاهش می یابند. افزایش بیشتر قدرت میدان مغناطیسی (افزایش عدد هارتمن)، جریان را به سمت انتقال حرارت هدایتی پیش می برد. وقتی مقدار عدد هارتمن از 20 به 80 افزایش می یابد، عدد ناسلت متوسط و عدد تولید آنتروپی به ترتیب 22 درصد و 58.6 درصد کاهش می یابند.

❖ با افزایش مقدار نانو ذره، انتقال حرارت جابه جایی و تولید آنتروپی افزایش می یابند. برای عدد هارتمن 40، وقتی مقدار نانو ذره از صفر (سیال خالص) به 5 درصد افزایش می یابد، عدد ناسلت متوسط و عدد تولید آنتروپی به ترتیب 9.7 درصد و 4.1 درصد افزایش می یابند.

❖ عدد ناسلت متوسط و عدد تولید آنتروپی هر دو با افزایش زاویه میدان مغناطیسی افزایش می یابند. برای هارتمن 75، وقتی زاویه میدان مغناطیسی از 15 درجه به 75 درجه افزایش می یابد، عدد ناسلت متوسط و عدد تولید آنتروپی به ترتیب 10.1 درصد و 44.7 درصد افزایش می یابند.

entropy generation in natural convection", Entropy, Vol. 12, No. 6, pp. 1391-1417, 2010.

- [4] M. Esmailpour, M. Abdollahzadeh, "Free convection and entropy generation of nanofluid inside an enclosure with different patterns of vertical wavy walls", International Journal of Thermal Sciences, Vol. 52, pp. 127-136, 2012.
- [5] S. Shavik, M. N. Hassan, A. M. Morshed, M. Q. Islam, "Natural convection and entropy generation in a square inclined cavity with differentially heated vertical walls", Procedia Engineering, Vol. 90, pp. 557-562, 2014.
- [6] S. U. Choi, J. A. Eastman, "Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles", Argonne National Lab.(ANL), Argonne, IL (United States), 1995.
- [7] C. C. Cho, C. H. Chiu, C. Y. Lai, "Natural convection and entropy generation of Al_2O_3 -water nanofluid in an inclined wavy-wall cavity", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 97, 511-520, 2016.
- [8] D. Das, M. Roy, T. Basak, "Studies on natural convection within enclosures of various (non-square) shapes-A review", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 106, pp. 356-406, 2017.
- [9] M. Hosseini Abadshapoori, M. Saidi, " Al_2O_3 -water Nanofluid in a Square Cavity with Curved Boundaries", Amirkabir Journal of Mechanical Engineering, Vol. 49, No 3, pp. 567-580, 2017.
- [10] N. S. Bondareva, M. A. Sheremet, H. F. Oztop, N. Abu-Hamdeh, "Entropy generation due to natural convection of a nanofluid in a partially open triangular cavity", Advanced Powder Technology, Vol. 28, No. 1, pp. 244-255, 2017.
- [11] A. Dogonchi, M. Sheremet, D. Ganji, I. Pop, "Free convection of copper-water nanofluid in a porous gap between hot rectangular cylinder and cold circular cylinder under the effect of inclined magnetic field", Journal of Thermal Analysis and Calorimetry, Vol. 135, pp. 1171-1184, 2019.
- [12] G. Sheikhzadeh, M. Sepehrnia, M. Rezaie, M. Mollamahdi, "Natural Convection of Turbulent Al_2O_3 -Water Nanofluid with Variable Properties in a Cavity with a Heat Source and Heat Sink on Vertical Walls", Amirkabir Journal of Mechanical Engineering, Vol. 50, No. 6, pp. 1237-1250, 2019.
- [13] A. Dogonchi, M. Waqas, S. Seyyedi, M. Hashemi-Tilehnoee, D. Ganji, "CVFEM analysis for Fe_3O_4 - H_2O nanofluid in an annulus subject to thermal radiation", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 132, pp. 473-483, 2019.
- [14] S. M. Seyyedi, A. Dogonchi, M. Hashemi-Tilehnoee, Z. Asghar, M. Waqas, D. Ganji, "A computational framework for natural convective hydromagnetic flow via inclined cavity: an analysis subjected to entropy generation", Journal of Molecular Liquids, Vol. 287, pp. 110863, 2019.
- [15] A. J. Chamkha, A. Dogonchi, D. Ganji, "Magneto-hydrodynamic flow and heat transfer of a hybrid nanofluid in a rotating system among two surfaces in the presence of thermal radiation and Joule heating", AIP Advances, Vol. 9, No. 2, pp. 025103, 2019.
- [16] S. M. Seyyedi, A. Dogonchi, R. Nuraei, D. Ganji, M. Hashemi-Tilehnoee, "Numerical analysis of entropy generation of a nanofluid in a semi-annulus porous enclosure with different nanoparticle shapes in the

میدان مغناطیسی	MF
نانوسیال	nf
جامد	s
کل	T

۷ - پیوست

برای گسسته سازی معادلات حاکم با استفاده از روش CVFEM، می‌دانیم که شکل کلی معادله نفوذ-جابجایی در حالت پایا و با در نظر گرفتن جملات چشمه برای گره i ام در شکل انتگرالی به صورت معادله (A-۱) بیان می‌شود:

$$-\int_V QdV - \int_A k\nabla\phi \cdot n dA + \int_A (v \cdot n)\phi dA = 0 \quad (A-1)$$

معادله بالا، در شکل برداری به صورت معادله (A-۲) نوشته می‌شود:

$$-\nabla \cdot (k\nabla\phi) + \nabla \cdot (v\phi) - Q = 0 \quad (A-2)$$

برای گره i ام روی حجم کنترل داریم:

$$[a_i + Qc_i + Bc_i]\phi_i = \sum_{j=1}^{n_i} a_{ij} \phi_{s_{ij}} + Q_{B_i} + B_{B_i} \quad (A-3)$$

در رابطه بالا، a ها ضرایب مربوط به مجهولات در گره i ام هستند، اندیس‌های ij نشان دهنده گره j ام در حجم کنترل‌های حمایتی گره i ام هستند. B ها نشان دهنده شرایط مرزی و Q ها نشان دهنده جملات چشمه هستند. برای اعمال شرایط مرزی باید از روابط زیر استفاده کنیم:
برای مرز عایق داریم:

$$B_{B_i} = 0 \text{ and } Bc_i = 0 \quad (A-4)$$

برای مرز با دمای ثابت داریم:

$$B_{B_i} = \phi_{\text{value}} \times 10^{16} \text{ and } Bc_i = 10^{16} \quad (A-5)$$

برای مرز با شار حرارتی ثابت داریم:

$$B_{B_i} = A_k \times q'' \text{ and } Bc_i = 0 \quad (A-6)$$

با کار بردن معادله (A-۳) برای همه حجم کنترل‌ها، یک دستگاه معادلات جبری برای متغیر ϕ به دست می‌آید که باید از روش‌های تکرار، به عنوان مثال روش تکرار گوس-سایدل، حل شود. برای توضیحات بیشتر مراجع [۳۱] و [۳۲] را ببینید.

۸ - مراجع

- [1] B. Kim, D. Lee, M. Ha, H. Yoon, "A numerical study of natural convection in a square enclosure with a circular cylinder at different vertical locations", International journal of heat and mass transfer, Vol. 5, pp. 1888-1906, 2008.
- [2] M. Pirmohammadi, M. Ghassemi, "Effect of magnetic field on convection heat transfer inside a tilted square enclosure", International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 36, No. 7, pp. 776-780, 2009.
- [3] A. E. Jery, N. Hidouri, M. Magherbi, A. B. Brahim, "Effect of an external oriented magnetic field on

- square cylinder and an inner circular cylinder", International journal for numerical methods in fluids, Vol. 38, No. 5, pp. 429-445, 2002.
- [29] X. Q. Wang, A. S. Mujumdar, "Heat transfer characteristics of nanofluids: a review", International journal of thermal sciences, Vol. 46, No. 1, pp. 1-19, 2007.
- [30] H. Saabas, B. Baliga, "Co-located equal-order control-volume finite-element method for multidimensional, incompressible. Fluid flow-part I: formulation", Numerical Heat Transfer, Vol. 26, No. 4, pp. 381-407, 1994.
- [31] M. Sheikholeslami Kandelousi, D. Domairry Ganji, "Hydrothermal Analysis in Engineering Using Control Volume Finite Element Method", Copyright 2015 Elsevier Ltd.
- [32] R. Voller Vaughan, "Basic Control Volume Finite Element Methods for Fluids and Solids", IISc Research Monographs Series, Vol. 1, Copyright 2009 by World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
- [33] S. Soleimani, M. Sheikholeslami, D. D. Ganji, M. Gorji-Bandpay, "The CVFEM uses the advantages of both finite volume and finite element methods for simulation of multi-physics problems in complex geometries", International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 39, pp. 565-574, 2012.
- presence of a magnetic field", The European Physical Journal Plus, Vol. 134, pp. 1-20, 2019.
- [17] M. Hashemi-Tilehnoee, A. Dogonchi, S.M. Seyyedi, A.J. Chamkha, D. Ganji, "Magneto-hydrodynamic natural convection and entropy generation analyses inside a nanofluid-filled incinerator-shaped porous cavity with wavy heater block", Journal of Thermal Analysis and Calorimetry, Vol. 141, No. 5, pp. 2033-2045, 2020.
- [18] S. M. Seyyedi, "On the entropy generation for a porous enclosure subject to a magnetic field: different orientations of cardioid geometry", International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 116, pp. 104712, 2020.
- [19] S. M. Seyyedi, M. Hashemi-Tilehnoee, M. Sharifpur, "Impact of fusion temperature on hydrothermal features of flow within an annulus loaded with nanoencapsulated phase change materials (NEPCMs) during natural convection process", Mathematical Problems in Engineering, Vol. 2021, pp. 1-14, 2021.
- [20] M. Hashemi-Tilehnoee, A. Dogonchi, S.M. Seyyedi, M. Sharifpur, "Magneto-fluid dynamic and second law analysis in a hot porous cavity filled by nanofluid and nano-encapsulated phase change material suspension with different layout of cooling channels", Journal of Energy Storage, Vol. 31, pp. 101720, 2020.
- [21] J. Fereidooni, "Heat transfer inspection of nano-encapsulated phase change materials inside a Γ -shaped enclosure influenced by magnetic field", Journal of Magnetism and Magnetic Materials, Vol. 561, pp. 169682, 2022.
- [22] A. Alhashash, H. Saleh, "Free convection flow of a heterogeneous mixture of water and nano-encapsulated phase change particle (NEPCP) in enclosure subject to rotation", Journal of Energy Storage, Vol. 51, pp. 104168, 2022.
- [23] M. Hashemi-Tilehnoee, S. M. Seyyedi, E. P. del Barrio, M. Sharifpur, "Heat transfer intensification of NEPCM-water suspension filled heat sink cavity with notches cooling tubes by applying the electric field", Journal of Energy Storage, Vol. 59, pp. 106492, 2023.
- [24] N. K. Manna, N. Biswas, D. K. Mandal, U. K. Sarkar, H. F. Öztop, N. Abu-Hamdeh, "Impacts of heater-cooler position and Lorentz force on heat transfer and entropy generation of hybrid nanofluid convection in quarter-circular cavity", International Journal of Numerical, Methods for Heat & Fluid Flow, Vol. 33 No. 3, pp. 1249-1286, 2023.
- [25] R. Akhter, M. M. Ali, M.A. Alim, "Entropy generation due to hydromagnetic buoyancy-driven hybrid-nanofluid flow in partially heated porous cavity containing heat conductive obstacle", Alexandria Engineering Journal, Vol. 62, pp. 17-45.
- [26] S. Yasmin, S.A. Khan, N. Fatima, M. Imran, M. Tahir, H. Waqas, U. Farooq, Y.J. Xu, "Computational analysis of MHD MgO water nanofluid flow inside hexagonal enclosure fitted with fins", Case Studies in Thermal Engineering, Vol. 43, pp. 102788, 2023.
- [27] F. Moukalled, S. Acharya, "Natural convection in the annulus between concentric horizontal circular and square cylinders", Journal of Thermophysics and Heat Transfer, Vol. 10, No. 3, pp. 524-531, 1996.
- [28] C. Shu, Y. Zhu, "Efficient computation of natural convection in a concentric annulus between an outer