



Numerical Simulation of Bubble Growth and Collapse Dynamics and Investigation of the Effect of Bubble Collapse on Shear Stress on a Rigid Wall Using OpenFoam

Ali Dalvand¹, Reza Maddahian^{2*}, Sajjad Khodadadi³

¹ M.Sc, Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.

² Associate Professor, Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.

³ Ph.D. Degree in Mechanical Engineering, Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.

* 1411511, Tehran, Iran, maddahian@modares.ac.ir

Article info

Article history:

Received: 12 Mey 2025

Revised: 11 Jun 2025

Accepted: 16 Jun 2025

Available online: 16 Jun 2025

Keywords:

Bubble Collapse

Shock Wave

Shear Stress

Daughter Bubble

OpenFoam

<https://doi.org/10.22077/AEC.2025.9380.1029>

AEC.2025.9380.1029

Abstract

This study presents a numerical investigation of the dynamics of bubble growth and collapse near a rigid wall using the OpenFOAM software. The main objective of this research is to gain a better understanding of the cavitation phenomenon of bubbles and its effect on wall shear stress. In this regard, a numerical model has been developed that includes energy equations and compressible two-phase flow. The Lafaurie filter is also used for accurate tracking of the bubble interface. This model has been validated against experimental data and has demonstrated the ability to accurately predict bubble behavior. Simulation results indicate that the initial pressure difference between the inside of the bubble and the surrounding environment plays a critical role in bubble dynamics. The moment of bubble collapse is associated with maximum temperature, velocity, and pressure, and the energy generated in this process can be released as a shock wave. During the bubble growth phase, the interface velocity is very high, and at the moment of maximum volume, this velocity is almost negligible. In addition, the shear stress on the wall at various distances from the bubble has been examined. By changing the gamma number (the ratio of the distance from the bubble center to the solid surface to the maximum bubble radius), the amount of shear stress changes. The highest shear stress has been observed at a gamma number equal to 2, indicating a stronger jet caused by bubble collapse at this distance. These findings can be useful in applications such as particle removal from surfaces.

شبیه سازی عددی دینامیک رشد و فروپاشی حباب و بررسی اثر شکست حباب بر تنش برشی روی دیواره صلب با استفاده از این فوم

علی دلوند^۱، رضا مداحیان^{۲*}، سجاد خدادادی^۳

^۱ کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

^۲ دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

^۳ دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

* ۱۴۱۱۵۱۱، تهران، ایران، maddahian@modares.ac.ir

چکیده

این پژوهش به بررسی عددی دینامیک رشد و فروپاشی حباب در نزدیکی یک دیواره صلب با استفاده از نرم افزار این فوم می پردازد. هدف اصلی این پژوهش، درک بهتر پدیده کاویتاسیون حباب ها و تأثیر آن بر تنش برشی دیواره است. در این راستا، یک مدل عددی توسعه داده شده است که شامل معادلات انرژی و دو فاز تراکم پذیر است. همچنین از فیلتر لافوری برای ردیابی دقیق سطح مشترک حباب استفاده می شود. این مدل با داده های تجربی صحت سنجی شده و توانایی پیش بینی دقیق رفتار حباب ها را نشان داده است. نتایج شبیه سازی نشان دهنده آن است که اختلاف فشار اولیه بین داخل حباب و محیط اطراف، نقش حیاتی در دینامیک حباب دارد. لحظه فروپاشی حباب با بیشینه دما، سرعت و فشار همراه است و انرژی حاصل از این فرآیند می تواند به صورت موج ضربه ای منتشر شود. در مرحله رشد حباب، سرعت سطح مشترک بسیار زیاد بوده و در لحظه بیشینه حجم، این سرعت تقریباً ناچیز است. علاوه بر این، تنش برشی بر روی دیواره در فواصل مختلف از حباب مورد بررسی قرار گرفته است. با تغییر عدد گاما (نسبت فاصله مرکز حباب تا سطح صلب به شعاع بیشینه حباب)، مقدار تنش برشی تغییر می کند. بیشترین تنش برشی در عدد گاما برابر با ۲ مشاهده شده است که نشان دهنده قدرت بیشتر جت ناشی از شکست حباب در این فاصله است. این یافته ها می توانند در کاربردهایی مانند حذف ذرات از روی سطوح مفید باشند.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت: ۰۴/۰۲/۲۵

بازنگری: ۰۴/۰۳/۲۵

پذیرش: ۰۴/۰۳/۲۶

نشر برخط: ۰۴/۰۲/۲۶

کلمات کلیدی:

شکست حباب

موج ضربه

تنش برشی

حباب دختر

این فوم

۱ - مقدمه

پدیده شکست حباب یکی از موضوعات کلیدی در دینامیک سیالات چندفازی و فرآیندهای انتقال است که اهمیت آن در صنایع مختلف، از مهندسی شیمی و زیست‌پزشکی تا مهندسی مکانیک و فیزیک اتمسفری قابل مشاهده است. شکست حباب زمانی رخ می‌دهد که حبابی در یک محیط سیال تحت تأثیر نیروهای مختلف مانند نیروی کشش سطحی، تغییرات فشار و تنش‌های درونی، ناپایدار شده و به چندین حباب کوچکتر تجزیه شود. این پدیده به دلیل پیچیدگی‌های فیزیکی و شیمیایی خود همچنان به عنوان یک چالش در زمینه شبیه‌سازی عددی و مدل‌سازی دقیق، به ویژه در مقیاس‌های کوچک و محیط‌های چندفازی، باقی مانده است.

در شکست حباب، فرآیندهایی مانند تغییرات فاز، توزیع اندازه قطرات و انتشار انرژی درون سیال اهمیت بالایی دارند. درک مکانیزم دقیق شکست و تجزیه حباب نیازمند مطالعه برهم‌کنش‌های مختلفی است که بین نیروهای درونی حباب و عوامل محیطی آن رخ می‌دهد. به‌ویژه عواملی همچون کشش سطحی، لزجت سیال و دما نقش مؤثری در پایداری و نحوه تجزیه حباب ایفا می‌کنند. بررسی این پارامترها و تأثیر آنها بر فرآیند شکست، علاوه بر بهبود درک علمی از این پدیده، کاربردهای عملی نظیر طراحی سیستم‌های اسپری، مهندسی فرآیندهای احتراق و حتی کنترل دارورسانی‌های نوین را نیز بهبود می‌بخشد.

فرآیند رشد و فروپاشی حباب چون با فرسایش حفره‌ای مرتبط است، پدیده‌ای اصلی در جریان‌های کائوتاسیون می‌باشد. تشکیل جت در جریان‌های کائوتاسیون می‌تواند به فرسایش حفره‌ای به دلیل روش متمرکز انتقال انرژی از حباب به دیواره‌های مجاور کمک کند [۱-۳]. رشد و فروپاشی حباب در یک مایع بی‌نهایت و با استفاده از معادله‌ی رایلی-پلست پیش‌بینی می‌شود [۴]. معادله رایلی-پلست شکل ساده شده‌ی معادلات ناویر-استوکس با فرضیات تقارن کروی و ایزرسی گاز ناچیز در داخل حباب است [۱]. متأسفانه فرض تقارن کروی در معادله‌ی رایلی-پلست بدین معنی است که نمی‌تواند هیچ پدیده‌ی جت یا انواع دیگر عدم تقارن در توسعه‌ی حباب ناشی از میدان جریان محلی و یا پیکربندی مرزی را پیش‌بینی کند. برای ردیابی سطح مشترک حباب نامتقارن به دلیل شرایط موجود، لازم است تا معادلات جریان پتانسیل حل شود که معمولاً با استفاده از روش عنصر مرزی^۱ یا محور دو بعدی-متقارن، سه بعدی اوایل یا معادلات ناویر-استوکس انجام می‌شود. روش‌های عنصر مرزی معمولاً زمانی که دینامیک حباب با دقت بسیار بالایی مورد نیاز است و همین‌طور هنگام شبیه‌سازی کلاسترهای حباب^۲ مورد استفاده قرار می‌گیرند [۵-۶]. زودین و همکاران [۷]، به انجام یک حل تحلیلی برای تعیین هندسه و سرعت حباب پرداختند. آنها توانستند برای اولین بار به ارتباط بین عدد رینولدز و تغییر شکل حباب پی ببرند و متوجه شدند که با افزایش عدد رینولدز، حباب دچار تغییر شکل بیشتری می‌شود. چن و همکاران [۸]، به بررسی دینامیکی تبدیل یک حباب کروی به حلقوی و با استفاده از روش حجم سیال^۳ پرداختند. آنها برای حرکت تک حباب و همین‌طور جفت حباب در حالت دو بعدی متقارن محوری از روش کسرجمی استفاده نمودند اما چون در تعیین انحنای سطح مشترک به مشکل برخوردند به نتایجی با دقت خوب نرسیدند. نی و همکاران [۹]، دینامیک حباب را با استفاده از روش سطوح هم‌تراز که یکی از روش‌های تعیین انحنای سطح مشترک است، مورد بررسی قرار دادند. آنها حرکت یک تک حباب را در چگالی پایین بررسی کردند. سملیانسکی و همکاران [۱۰]، نیز از روش سطوح هم‌تراز که نی و همکاران استفاده کردند، بهره بردند و رفتار سیال را در اطراف حباب بررسی کردند. نتایج آنها نشان داد که در حالتی که حباب تغییر شکل بیشتری پیدا می‌کند، در نواحی اطراف حباب سرعت بیشتری برای سیال مشاهده می‌شود. اسمولنسکی و همکاران [۱۱]، یک روش عددی را برای مدل‌سازی رژیم جریان‌های حبابی کروی و بیضوی ارائه کردند. روش ارائه شده توسط آنها روند تغییرات شکل حباب را بسیار دقیق‌تر نسبت به بقیه‌ی پژوهش‌های عددی تعیین کرد. اما این روش در برخی موارد که حباب‌هایی با انتهای نازک وجود داشتند، دقت خوبی نداشت. لیفر و همکاران [۱۲]، در یک پژوهش تجربی رفتار و حرکت یک تک حباب را زیر ذره‌بین قرار دادند. آنها مشاهده کردند که در صورتی که حباب حرکت نوسانی داشته باشد، در طول زمان سرعت و دما کاهش پیدا می‌کند. همچنین اگر حباب حرکت نوسانی نداشته باشد

افزایش سرعت و دما وجود دارد. در حباب‌های نوسانی نیز مشاهده شد که اکثراً دارای رفتار حرکتی زیگزاگی هستند. در گروه بعدی که بیشتر حباب‌هایی با سایز بزرگ (شعاع بیشتر از 3500 میکرومتر) بودند تغییرات شکل و فرم کلی مشاهده شد و در انتها در حباب‌هایی که دارای سایز متوسط بودند، هر دو نوع رفتار تغییر شکل و حرکت زیگزاگی مشاهده شد. کومار و همکاران [۱۳]، به بررسی حرکت صعودی یک تک حباب تحت اثر نیروی بویانسی پرداختند و از عدد بدون بعد گاليله و روش حجم سیال نیز استفاده نمودند. آنها سه رژیم را مشاهده کردند. در رژیم (الف) مشاهده شد که شکل حباب در حرکت صعودی آن به صورت متقارن و بدون تغییر باقی می‌ماند. در دو رژیم (ب) و (ج) شکل حباب نامتقارن شد. همچنین در رژیم ب حرکت نوسانی مشاهده نشد، اما در رژیم (ج) حباب حرکتی ترکیبی از زیگزاگی و نوسانی به‌همراه داشت. همچنین دو رژیم (د) و (ه) نماینده حباب‌هایی بود که دچار شکست می‌شدند. در رژیم (د) حباب در طی شکست خود دچار فرورفتگی از ناحیه پایینی و در رژیم (ه) بعد از شکست حباب، حباب به دو تکه حباب دختر تبدیل می‌شد. با توجه به اینکه عدد مورتون نسبت نیروی لزجت به کشش سطحی است، مشاهده شد با فرض عدد مورتون ثابت، افزایش شعاع باعث تغییر رژیم جریان می‌شود. این موارد گزیده‌ای از پژوهش‌های انجام شده روی رژیم جریان‌های حاوی حباب بود. در ادامه پژوهش‌های مرتبط با شکست حباب نیز مورد بررسی قرار گرفته و به چند مورد از آنها اشاره شده است. بروجان و همکاران [۱۴]، به بررسی تجربی بر روی آخرین مرحله از شکست یک حباب پرداختند. آنها حباب را در فواصل عدد گامای مختلف بررسی کردند و مشاهده نمودند که افزایش سایز و ابعاد حباب، باعث شده‌است تا عمر حباب مورد نظر کوتاه‌تر شود. استرمن و همکاران [۱۵]، شکست یک تک حباب را به صورت دوبعدی و نزدیک یک دیواره‌ی صلب و به صورت تجربی و شبیه‌سازی عددی بررسی کردند. برای شبیه‌سازی عددی از نرم‌افزار فلوئنت و روش حجم محدود استفاده کردند. همچنین از روش حجم سیال برای شبیه‌سازی سطح مشترک و رابط بین مایع و حباب استفاده شد و جریان نیز آرام فرض شد. نتایج نشان داد که با افزایش عدد گاما، دما نیز افزایش پیدا می‌کند. رونینگر و همکاران [۱۶]، در پژوهشی تجربی و عددی سرعت موج حاصل از شکست حباب را مورد بررسی قرار دادند. در پژوهش آنها حباب‌ها در سه موقعیت مختلف عدد گاما بیشتر از 1 و کوچکتر از 1 و همچنین برابر با 1 آزمایش شدند. نتایج آنها نشان داد که در عدد گاما بیشتر از 1، پس از شکست حباب، عامل نزدیک شدن دو تکه حباب به یکدیگر، جت سیال ایجاد شده است. مولر و همکاران [۱۷]، نیز پدیده‌ی شکست حباب را به صورت تجربی و عددی مورد بررسی قرار دادند. نتایج آنها نشان داد که در مرحله‌ی اول شکست حباب، ناحیه‌ی بین دیوار و حباب که فشار نسبتاً کمی دارد، رشد پیدا می‌کند. لمانور و همکاران [۱۸]، تمرکز خود را بیشتر بر روی موج ضربه حاصل از شکست حباب گذاشتند. آنها آزمایش لوله‌ی ضربه^۴ را همراه با دوگاز با فشارهای مختلف بررسی کردند. مشاهدات آنها نشان داد که حذف دیافراگم به دلیل اختلاف فشار، یک موج ضربه ایجاد می‌شد که به دیواره برخورد می‌کرد و دما و فشار را تا حد زیادی بالا می‌برد. سیائو و همکاران [۱۹]، به صورت تجربی و همچنین عددی یک تک حباب و یک جفت حباب را بین دو صفحه موازی و تخت قرار دادند. در پژوهش عددی از روش المان مرزی استفاده شد و با نتایج پژوهش تجربی مورد مقایسه قرار گرفت. نتایج نشان داد که شکست حباب اول، انرژی را در حباب دومی افزایش می‌دهد. اوئل و همکاران [۲۰]، شکست حباب را در یکی از کاربردهای پزشکی به صورت عددی و همچنین به صورت تجربی بررسی کردند. سطح مورد نظر که حباب در نزدیکی آن دچار شکست می‌شود مغز و یا قرنیه چشم در نظر گرفته شد. نتایج بسیار مهمی که از کار آنها حاصل شد نشان داد که اگر سطح مورد نظر همانند قرنیه‌ی چشم نرم باشد، باید از دو یا چند حباب در نزدیکی سطح استفاده شود تا بتوان به سرعت جت مطلوب رسید. ولی در صورتی که جنس دیواره سخت و ضخیم باشد، سرعت جتی که از شکست حباب حاصل می‌شود زیاد خواهد بود. به عبارتی جنس دیواره در سرعت جت تأثیرگذار است. قلیائی و همکاران [۲۱]، تأثیر موج‌ضربه حاصل از شکست حباب را بر سد دفاعی مغز^۵ به صورت عددی برای حالت با و بدون حباب و تجربی برای سطح‌هایی با ویژگی مشابه بررسی کردند و نتایج را مقایسه نمودند. مشاهده شد که سایز حباب‌های بزرگتر، باعث وارد شدن نیروی بیشتری به سد دفاعی مغز می‌شود.

4. Shock Tube
5. Blood brain barrier

1. Boundary Element Method (BEM)
2. Bubble Clusters
3. Volume of Fluid

که در آن U و p به ترتیب مربوط به سرعت و فشار فاز اول می باشد. فاز اول مایع فرض شده است. در معادله (۲)، τ بیانگر تانسور تنش ویسکوز و F_s بیانگر کشش سطحی آب می باشد.

برای محاسبه ی خواص ترمودینامیکی مثل چگالی ρ و یا لزجت μ در مسئله از معادلات مخلوط^۲ برای هر فاز استفاده شده است. معادله ی کسر حجمی^۳ برای فاز پیوسته که مایع می باشد در رابطه ی (۳) بیان شده است:

$$\frac{\partial \rho \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U \alpha) = 0 \quad (3)$$

که در آن α مربوط به کسر حجمی فاز اولیه یعنی مایع می باشد [۲۹]. معادله ی (۳) به صورت معادله ی (۴) بازنویسی و در این شکل حل می شود [۲۷]:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha U) + \nabla \cdot (U_r \alpha (1 - \alpha)) = \alpha (1 - \alpha) \left(\frac{1}{\rho_v} \frac{d \rho_v}{d t} - \frac{1}{\rho_l} \frac{d \rho_l}{d t} \right) + \alpha \nabla \cdot U \quad (4)$$

که در آن U_r سرعت نسبی مربوط به دوفاز است. همین طور آخرین جمله در سمت چپ معادله ی (۴)، بالابودن دقت سطح مشترک را بیان می کند [۳۰]. نیروی کشش سطحی روی سطح مشترک با توجه به انحنا ی سطح مشترک تخمین زده می شود و به صورت روابط (۵) و (۶) قابل مشاهده است [۳۱]:

$$\kappa = \nabla \cdot \left(\frac{\nabla \alpha}{|\nabla \alpha|} \right) \quad (5)$$

$$\tilde{\alpha} = \frac{\sum_{f=1}^n \alpha_f S_f}{\sum_{f=1}^n S_f} \quad (6)$$

که در آن از فیلتر لافاری، برای تعریف کردن $\tilde{\alpha}$ و ایجاد محدودیت در کسر حجمی استفاده شده است. به عبارتی $\tilde{\alpha}$ کسر حجمی فیلتر شده برای فاز مایع می باشد. S_f در رابطه ی (۶) نیز، بیانگر مساحت سطح هر سلول محاسباتی است. با توجه به این نکته که در این مسئله خواص فیزیکی به دما وابسته می باشد و همچنین در نظر گرفتن اثرات مربوط به تراکم پذیری، لذا معادله ی انرژی با جریان سیال کوپل یا جفت می شود و باید به صورت همزمان حل شود. در حالت کلی معادله ی انرژی به صورت رابطه ی (۷) به نمایش در می آید [۳۲]:

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U e) = -\nabla \cdot (U p) - \nabla \cdot q + \nabla \cdot (\tau \cdot U) + \rho g \cdot U \quad (7)$$

که در آن e عبارت است از کل انرژی. یعنی مجموع انرژی جنبشی و انرژی داخلی. جمله ها و عبارات موجود در سمت راست معادله ی (۷) اثرات تنش برشی، انرژی جنبشی، تغییرات فشار و انتقال حرارت هدایت را بر دمای فاز نشان می دهند و بیان می کنند.

معادله انرژی به صورت تراکم پذیر و همانند معادله ی (۸) نیز نوشته می شود [۳۳]. دلیل استفاده از معادله ی انرژی به صورت تراکم پذیر این است که موج ضربه ناشی از شکست حباب فقط در سیال تراکم پذیر منتقل می شود.

این عامل سد دفاعی را بهتر تخریب می کند و دارو را آسان تر به مغز می رساند. هان و همکاران [۲۲]، یک جفت حباب را به صورت تجربی و عددی بررسی کردند. در بررسی عددی از این فوم استفاده شد و حباب در بازه ابعاد میلی متری تا میکرومتری مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان دادند که کاهش عدد گاما باعث شکست زودتر حباب می شود و جت سیال حاصل از انفجار جرم بیشتری دارد. همچنین به هنگام شکست اول حباب، انرژی ساطع شده در حباب دومی تجمع می شود که باعث شکست زود هنگام آن و سرعت جت بالاتر می شود. همین طور در حالت ایده آل عمق فرورفتگی حباب سه برابر حداکثر شعاع حباب گزارش شد. فرهنگ مهر و همکاران [۲۳]، حباب ها را در یک سیلندر پر شده از آب به صورت تجربی و عددی بررسی کردند تا به هدف خود یعنی توزیع فشار و سرعت دست یابند. سیال آب تراکم ناپذیر در نظر گرفته شد. مشاهده شد که وقتی حباب در نزدیکی دیواره در حال بزرگ شدن است، در راستای استوانه دچار کشیدگی می شود و دو طرف آن به صورت گود شکل^۱ در می آید. به دلیل وجود کشش حباب یک جت افقی تولید می شود که از آن برای درمان بیماری های قلبی همچون بازکردن رگ ها استفاده می شود. دریایی و همکاران [۲۴]، رفتار یک تک حباب را تحت تحریک و نوسان بررسی کردند و به آنالیز شکست حباب پرداختند. از نرم افزار این فوم و روش حجم سیال برای سطح مشترک استفاده شد. آنها برای بررسی تغییرات شکل حباب یک پارامتر^۲ استفاده کردند و مشاهده نمودند زمانی که این پارامتر برابر با 1 باشد حباب کروی شکل است. بختیاری نژاد و همکاران [۲۵]، تحت فرکانس های مختلف شکل و ابعاد میکرو حباب هایی را که نوسان می کنند بررسی کردند. آنها مشاهده کردند که با افزایش قدرت امواج ورودی، دامنه نوسانات افزایش می یابد و در این محدوده از فرکانس رفتار حباب ها اهمیت بسزایی دارد. لی و همکاران [۲۶]، دینامیک و شکست حباب را در نزدیکی سطح به صورت تجربی و عددی بررسی کردند و برای قست عددی پژوهش از یک حلگر دوفازی تراکم پذیر استفاده نمودند. آنها نتیجه گرفتند که با افزایش عدد گاما میزان انرژی که به سطح آزاد می رسد کاهش می یابد. همچنین بعد از شکست حباب با افزایش عدد گاما، دو حباب دختر از همدیگر فاصله می گیرند و این باعث کاهش سرعت جت خروجی می شود، لذا میزان انرژی رسیده به سطح آزاد کاهش می یابد.

با جمع بندی پژوهش های انجام شده، به این نکته پی برده می شود که در مطالعات انجام شده بر روی پدیده ی شکست حباب از فیلتر لافاری استفاده ای نشده است. لذا در این پژوهش به این نکته پرداخته می شود. تغییرات دما در پدیده ی شکست حباب نیز از آن جهت مورد اهمیت قرار می گیرد که می توان از آن در درمان بافت های سرطانی استفاده کرد. لذا نوآوری این پژوهش اعمال فیلتر لافاری روی حلگر و همچنین بررسی تنش برشی در فواصل مختلف حباب است که در پژوهش های پیشین مورد بررسی قرار نگرفته است. دلیل افزودن فیلتر به حلگر نیز، ردیابی بهتر سطح مشترک است. در این پروژه نتایج حاصل از شکست حباب، اثرات جت حاصل از شکست حباب بر روی دیواره همانند تنش برشی ایجاد شده مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین تغییر عدد گاما به منظور یافتن فاصله ی بهینه برای کاندید بیشترین تنش برشی روی دیواره انجام شده است.

۲ - معادلات حاکم

برای تخمین و شبیه سازی پدیده ی شکست حباب از معادلات پیوستگی، مومنتوم، کسر حجمی و انتقال انرژی استفاده می شود. همچنین از انتقال جرم بین فازی نیز صرف نظر می شود [۲۷].

فشار بخار اشباع شده نیز بسیار کمتر از فشار سیال اطراف و حباب می باشد. به همین دلیل گاز داخل حباب به صورت تراکم ناپذیر فرض می شود [۲۷-۲۸]، معادلات پیوستگی و مومنتوم به شرح زیر و در روابط (۱) و (۲) نوشته می شوند:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho U}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U U) = -\nabla p + F_s + \nabla \cdot \tau_{\mu} \quad (2)$$

۳ - هندسه، شرایط مرزی و گسسته‌سازی

هندسه‌ی مورد نظر برای بررسی مسئله شکست حباب یک نیم‌دایره گوه^۱ می‌باشد که در شکل (۱) می‌توان آن را مشاهده کرد.

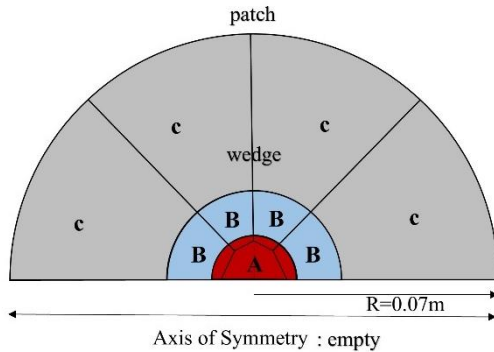


Fig. 1. Geometry and Boundary Condition for the Problem.

شکل ۱. هندسه و شرایط مرزی مسئله.

همان‌طورکه از شکل (۱) مشاهده می‌کنیم این دامنه محاسباتی برای شبکه‌بندی به سه ناحیه تقسیم‌بندی شده است که با رنگ‌های مختلف در همان شکل قابل مشاهده می‌باشد. ناحیه‌ی آبی رنگ ناحیه‌ای است که حباب در لحظه‌ی آغاز، که در بیشترین شعاع خود قرار دارد، جای می‌گیرد. ناحیه‌ی قرمز و آبی رنگ فاقد ضریب تراکم شبکه می‌باشد. ولی در قسمت خاکستری رنگ به هر میزان که به انتهای دامنه محاسباتی نزدیک می‌شویم، شبکه از سلول‌های بزرگتری برخوردار است. شرایط مرزی برای تمامی صفحات نیز در شکل (۱) قابل مشاهده است. شکل‌های (۲) و (۳) نمای از یک شبکه استفاده شده در این شبیه‌سازی را نشان می‌دهد.

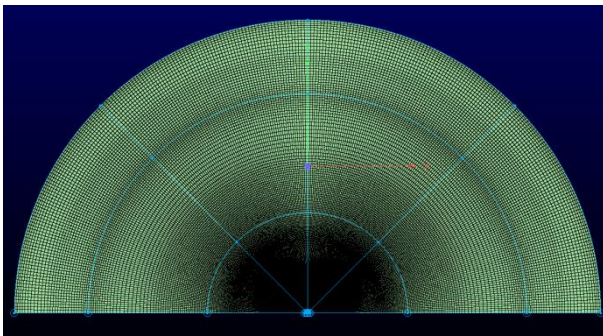


Fig. 2. Meshing used in Simulation.

شکل ۲. شبکه‌بندی مورد استفاده در شبیه‌سازی.

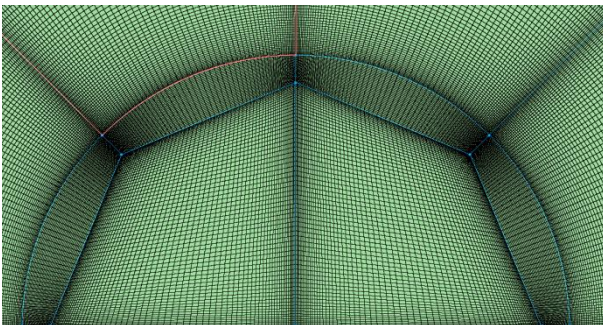


Fig. 3. Meshing around the bubble.

شکل ۳. شبکه‌بندی اطراف حباب.

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U T) \right] + \\ & \left(\frac{\alpha_l}{C_{p,l}} + \frac{\alpha_v}{C_{p,v}} \right) \left[\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U k) \right] \\ & = \left(\frac{\alpha_l}{C_{p,l}} + \frac{\alpha_v}{C_{p,v}} \right) \left[\frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\tau \cdot U) \right] \\ & + \left(\frac{\alpha_l \beta_l}{C_{p,l}} + \frac{\alpha_v \beta_v}{C_{p,v}} \right) (\nabla^2 T) \end{aligned} \quad (8)$$

که در آن C_p عبارت است از ظرفیت حرارتی ویژه (مخصوص) در فشار ثابت و β هدایت حرارتی ماده می‌باشد. جمله اول از سمت چپ برای بیان انرژی حرارتی و انتقال آن می‌باشد. جمله دوم قبل از مساوی وقتی اهمیت پیدا می‌کند که سرعت بالاست. جمله سوم از سمت چپ زمانی که لزجت بالا و تراکم‌پذیری شدید باشد مهم می‌شود و در ادامه جمله آخر نیز در هنگام فروپاشی شدید حباب دارای اهمیت بسیار زیادی است. رابطه‌ی انرژی جنبشی و سرعت نیز مطابق با رابطه‌ی (۹) می‌باشد

$$k = \frac{U^2}{2} \quad (9)$$

در شبیه‌سازی جریان‌های تراکم‌پذیر^۱ اعمال نمودن تغییرات چگالی امری ضروری می‌باشد. برای سیال مایع از معادله‌ی تاملان و همچنین برای گاز داخل حباب، گاز ایده-آل با مشخصات زیر در نظر گرفته می‌شود [۳۴-۳۵]:

$$\psi_w = \frac{d\rho_w}{dp} \quad (10)$$

$$\psi_b = \frac{d\rho_b}{dt} \quad (11)$$

در معادلات (۱۰) و (۱۱)، ψ_w و ψ_b جمله‌های تراکم‌پذیری حباب و آب هستند. این معادلات، یعنی معادلات (۱۰) و (۱۱) پس از ساده‌سازی به صورت معادلات (۱۲) و (۱۳) در می‌آیند [۳۶]:

$$\psi_w = \frac{d}{dp} \left(\frac{p + p_c}{K_c(T + T_c)} \right) = \frac{1}{K_c(T + T_c)} \quad (12)$$

$$\psi_g = \frac{d}{dp} \left(\frac{p}{R_g T} \right) = \frac{1}{R_g T} \quad (13)$$

که در آن $R_g = 284.7 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ و $K_c = 472.27 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ و $p_c = 1944.61 \text{ MPa}$ و $T_c = 3837 \text{ K}$ می‌باشد [۳۷-۳۸]:
برای محاسبه‌ی تنش برشی روی دیواره نیز از رابطه‌ی (۱۴) استفاده می‌شود.

$$\tau_{wall} = \mu_L \frac{\partial U}{\partial y} \quad (14)$$

عدد گاما (γ) نیز از رابطه‌ی (۱۵) به دست می‌آید.

$$\gamma = \frac{d}{R_{max}} \quad (15)$$

که در آن (d) فاصله‌ی مرکز حباب تا سطح و (R_{max}) شعاع بیشینه حباب است.

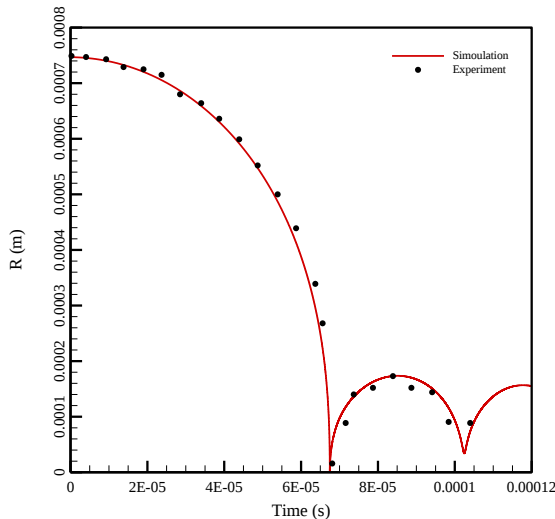


Fig. 4. Validation of bubble radius and comparison of numerical and experimental values [39].

شکل ۴. اعتبار سنجی شعاع حباب و مقایسه مقادیر عددی و تجربی [۳۹].

همان‌طور که در شکل (۴) مشاهده می‌شود، روند تغییرات شعاع حباب در حلگر توسعه داده شده به خوبی بیان شده است و شبیه‌سازی با دقت خیلی خوبی انجام شده است. به این نکته نیز پی برده می‌شود که در گام اول حلگر به درستی توسعه داده شده و در گام بعدی، حلگر با توجه به اینکه تغییرات شعاع حباب را به درستی می‌تواند بررسی کند، پس مسئله شکست حباب را نیز با دقت خوبی می‌تواند ردیابی کند. همچنین در شکل (۴) می‌بینیم که، در ابتدا چون فشار داخل حباب، خیلی کمتر از فشار مایع اطراف آن می‌باشد، پس حباب شروع به کوچک شدن می‌کند. درست در زمان 0 تا 68 میکروثانیه. سپس در زمان پس از 68 میکروثانیه، فرآیند شکست حباب در حالی که در کمترین شعاع خود قرار دارد (شعاع 3 میلی‌متر) اتفاق می‌افتد. پس از شکست حباب، حباب شروع به انبساط می‌کند تا زمان 85 میکروثانیه تا اینکه به پیک دوم شعاعی یعنی حدوداً 180 میکرومتر برسد. این سیکل دوباره و دوباره تکرار می‌شود تا که حباب در انتها متلاشی شود. در نهایت شبکه‌ای در نظر گرفته شده برای گرفتن نتایج پیش‌رو، شبکه‌ای متوسط بود. همچنین از لحاظ هزینه محاسباتی استفاده از این شبکه به صرفه‌تر بود.

در ادامه نتایج حاصل برای سرعت سطح مشترک حباب، فشار و همچنین دمای مرکز حباب مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

۲-۴- بررسی سرعت در دیواره‌ی حباب

در شکل (۵) مشاهده می‌شود، سرعت دیواره در زمان صفر بسیار اندک و ناچیز است. این مرحله مصادف است با بیشینه شعاعی که حباب در آن قرار دارد. پس از این حالت با گذشت زمان حباب کوچک‌تر می‌شود، پس سرعت در دیواره افزایش پیدا می‌کند تا لحظه‌ای که این مقدار سرعت به حدود 1200 متر بر ثانیه می‌رسد. این لحظه شکست حباب اتفاق می‌افتد. پس از این مرحله مجدداً حباب وارد مرحله‌ی رشد می‌شود و سرعت در دیواره نیز کاهش می‌یابد. این کاهش تا زمانی ادامه خواهد داشت که مقدار بیشینه‌ی دوم در نمودار شعاع اتفاق بیفتد. سپس سرعت افزایش می‌یابد و مراحل فوق ادامه خواهد داشت. در این مرحله سرعت در دیواره نمی‌تواند همانند مرحله اول زیاد شود چون که در بیشینه‌ی اول شکست، حباب انرژی زیادی را آزاد کرده است.

شبکه‌بندی استفاده شده در این مسئله دارای شاخص‌های زیر بوده است:

معیار تیزی شبکه: 0.37

معیار تعامد شبکه: 0.9

در ادامه خواص گاز و مایع مورد استفاده به شرح جداول (۱) و (۲) درآمده است.

جدول ۱. خواص گاز مورد استفاده در حباب.

Table 1. Properties of the gas inside Bubble.

Parameter	Value
Viscosity (Pas)	0
Ambient Temperature (K)	293.15
Initial Bubble Radius (m)	0.000747
Initial Pressure inside Bubble (Pa)	8.5

جدول ۲. خواص مایع مورد استفاده در حباب.

Table 2. Properties of the Liquid inside Bubble.

Parameter	Value
Surrounding Pressure (Pa)	101315
Density (kgm^{-3})	998.206
Tait Pressure (Pa)	3046e05
Viscosity (Pas)	0.001002

در این مسئله برای گسسته‌سازی از روش ون‌لیر^۱ که زیر مجموعه‌ای از روش‌های کاهش تنوع کل^۲ می‌باشد، استفاده شده است. همچنین برای حل دستگاه معادلات از روش پی‌بی‌آی‌سی‌جی‌اس‌تپ^۳ استفاده نموده‌ایم. الگوریتم کوپل سرعت و فشار نیز الگوریتم پیمپل^۴ در نظر گرفته شده است.

۴ - نتایج

۴-۱- استقلال حل از شبکه و اعتبارسنجی

برای بررسی استقلال حل از شبکه در این مسئله، از سه نوع شبکه بندی با مشخصات موجود در جدول (۳) استفاده شده است. لازم به ذکر است شبکه با استفاده از نرم افزار پوینت وایز^۵ ایجاد شده است.

جدول ۳. اطلاعات مربوط به شبکه‌بندی و استقلال حل از شبکه.

Table 3. Information related to gridding and grid independence of solution.

Grid	Number of Cells	Bubble Radius parameter in the second stage of bubble collapse
Coarse	90,000	0.0002282
Medium	180,000	0.0001765
Fine	279,000	0.0001639

در ابتدا شعاع حباب به عنوان اعتبار سنجی مسئله‌ی مذکور و برای اطمینان از صحت عملکرد حلگر موجود مورد بررسی قرار می‌گیرد.

1. VanLeer
2. Bounce-back
3. PBICGStab
4. PIMPLE

۴-۴- تغییرات دما در دیواره‌ی حباب

با توجه به شکل (۷)، لحظه‌ای که شکست حباب صورت گرفته است، یک جت پرسرعت به سطح برخورد می‌کند. این برخورد باعث آزاد شدن انرژی زیادی در مدت زمان کوتاه می‌شود که خود را به صورت افزایش دما نشان می‌دهد. پس در این لحظه دما بر روی سطح به بیشترین حالت خود می‌رسد. دلیل این امر نیز از دیدگاه معادلات، مربوط به عبارت انرژی جنبشی موجود در معادله‌ی انرژی است. دمای به دست آمده در لحظه‌ی شکست حباب همانند پدیده‌ی سونو لومینسانس^۱ است که حباب در اثر امواج صوتی دچار شکست می‌شود و نور و حرارت بسیار زیادی ایجاد می‌کند. به دلیل اینکه پدیده‌ی شکست حباب در مدت زمان بسیار کوتاهی رخ می‌دهد، لذا مطابق آنچه در پژوهش‌های تجربی نیز دیده شده است، در یک لحظه نور و حرارت بسیار زیادی آزاد شده است و لذا این میزان دما کاملاً منطبق بر فیزیک است.

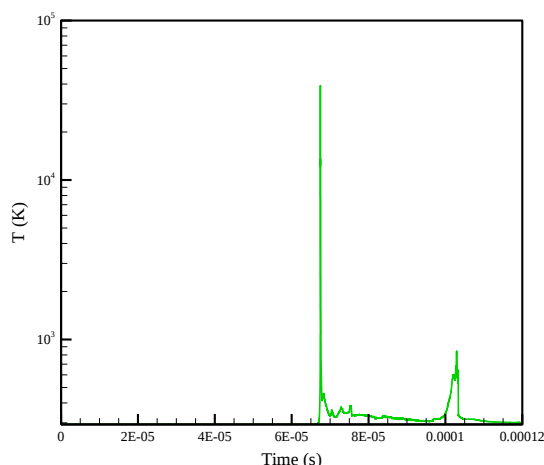


Fig. 7. Temperature changes in the bubble wall in the single bubble rupture problem and over time.

شکل ۷. تغییرات دما در دیواره‌ی حباب در مسئله شکست تک حباب و در طول زمان.

۵-۴- کانتورهای مربوط به سرعت و فشار در لحظه‌ی شکست حباب

حال، به جهت بررسی دقیق‌تر و کامل‌تر پدیده‌ی شکست حباب، تعدادی از کانتورهای مربوط به حباب از قبیل سرعت و فشار مورد بررسی قرار گرفته است.

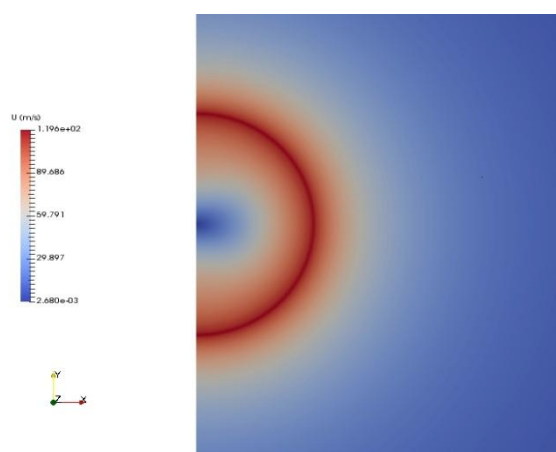


Fig. 8. Velocity contour in the bubble burst phenomenon at the instant of 67 microseconds.

شکل ۸. کانتور سرعت در پدیده‌ی شکست حباب در لحظه‌ی ۶۷ میکروثانیه.

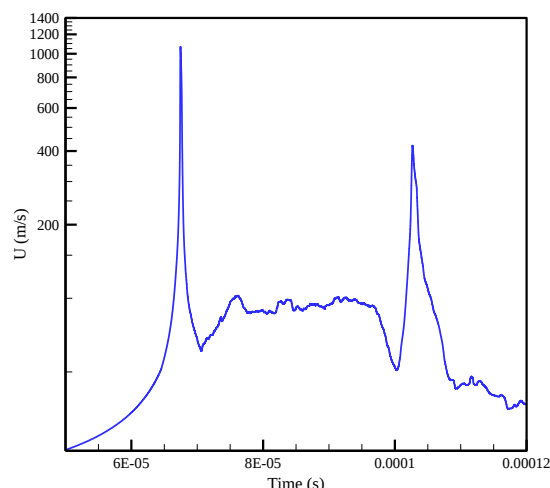


Fig. 5. Velocity at the bubble wall in the single bubble rupture problem and over time.

شکل ۵. سرعت در دیواره‌ی حباب در مسئله شکست تک حباب و در طول زمان.

۳-۴- بررسی تغییرات فشار در دیواره‌ی حباب

نمودار فشار شکل (۶) از عدد 10 پاسکال که در ابتدا تنظیم شده است شروع شده و با کوچک‌تر شدن حباب به صورت صعودی اوج می‌گیرد تا به نقطه‌ای می‌رسد که در آن فشار به بیشترین مقدار خود که در حدود 2.76 مگاپاسکال است می‌رسد. در این ناحیه حباب در حداقل حجم خود قرار دارد و این لحظه همان لحظه شکست حباب است. بعد از آن حباب به مرحله رشد پس از شکست وارد می‌شود، پس فشار مرکز آن کاهش یافته و این کاهش ادامه دارد تا مقدار فشار به 15000 پاسکال می‌رسد. بعد از این مرحله که حباب به چرخه‌ی دوم شکست حباب وارد می‌شود، فشار در مرکز حباب بالا می‌رود تا زمانی که شکست دوم حباب اتفاق بیفتد.

نوسانات موجود در نمودارهای سرعت و فشار نیز به دلیل استفاده از طرح‌های گسسته سازی مرتبه دوم است که دقت حل را بالاتر می‌برند و از طرفی نوسان نیز ایجاد می‌کنند.

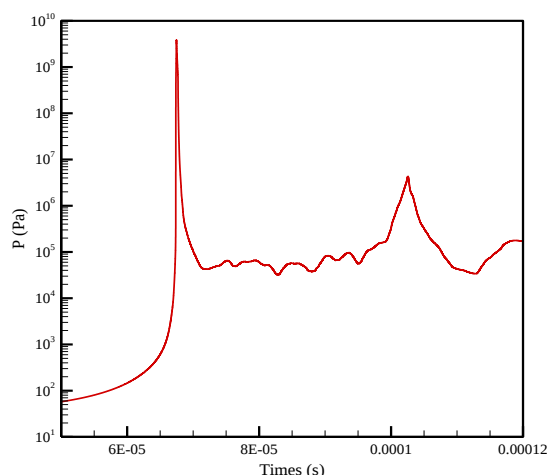


Fig. 6. Pressure changes at the bubble wall in the single bubble rupture problem and over time.

شکل ۶. تغییرات فشار در دیواره‌ی حباب در مسئله شکست تک حباب و در طول زمان.

در شکل (۱۰) مشاهده می‌شود که در عدد گاما برابر با ۱.۸ تنش برشی روی دیواره به آرامی افزایش می‌یابد و به یک اوج تیز مانند در ۴۳۸۶ پاسکال می‌رسد. این اوج نشان دهنده تنش برشی است که در اثر برخورد جت ناشی از شکست حباب روی دیواره ایجاد می‌شود. در ادامه این تنش برشی به یکباره کاهش می‌یابد که کم شدن اثر جت را نشان می‌دهد. در عدد گامای ۲.۵۰ نیز به همین صورت اوج نمودار در ۲۸۸۶ پاسکال است. در عدد گامای برابر با ۲ شیب نمودار به نسبت گامای ۱.۸ کمتر است و به مقدار ۴۸۹۴ پاسکال رسیده‌است که مقدار بیشینه عدد گاما بین دو عدد گامای ۱.۸ و ۲.۵ است و نمایانگر قدرت بیشتر جت ناشی از شکست حباب در این فاصله است. با توجه به مقدار بیشینه تنش برشی که ۴۸۹۴ پاسکال می‌باشد می‌توان از قدرت این جت برای حذف ذرات نرم از روی سطوح از قبیل مبدل‌های حرارتی اقدام کرد.

۵ - نتیجه‌گیری

در این پژوهش دینامیک رشد و فروپاشی یک تک حباب در نزدیکی دیواره‌ی صلب بررسی شده‌است و از حلگری که در نرم افزار این‌فوم برای شبیه‌سازی این فرآیند توسعه داده‌ایم استفاده شده است. نتایج عددی نشان دادند که اختلاف فشار داخلی حباب و فشار محیط اطراف، نقشی اساسی در رفتار دینامیکی حباب دارد. لحظه فروپاشی حباب با بیشینه دما، فشار و سرعت همراه است که منجر به انتشار موج ضربه‌ای قابل توجه می‌شود. دستاوردهای مهم این پژوهش به صورت خلاصه وار شامل موارد زیر است:

- ❖ در لحظه فروپاشی، انرژی آزاد شده به صورت موج ضربه‌ای با شدت بالا منتشر می‌شود. همچنین سرعت موج ضربه در لحظه‌ی شکست اول حباب و فشار به ترتیب حدود ۱۲۰۰ متر بر ثانیه و ۲.۷۶ مگاپاسکال رسیده‌است.
- ❖ رفتار سطح مشترک حباب، از جمله کاهش سرعت در لحظه بیشینه حجم، انتقال انرژی به محیط را به وضوح نشان می‌دهد.
- ❖ در عدد گامای برابر با ۲ بیشترین تنش برشی روی دیواره مشاهده شد و دلیل این امر قدرت بالای جت ناشی از شکست حباب در این فاصله بود. از کاربردهای آن نیز می‌توان به حذف ذرات از روی سطوح و یا دارو رسانی اشاره کرد.

بیشینه دما و فشار موضعی در هنگام شکست حباب، کاربردهایی چون تخریب غیرتهاجمی سنگ کلیه و انتقال انرژی هدفمند را ممکن می‌سازد. این نتایج، دقت و کارایی حلگر دوفازی توسعه‌یافته ما را تأیید می‌کنند و به درک عمیق‌تری از پدیده‌های مرتبط با حباب‌زایی و فروپاشی آن کمک می‌کنند. علاوه بر این، نتایج این پژوهش در بهینه‌سازی سیستم‌های مهندسی و کاربردهای نوین پزشکی، مانند درمان سنگ کلیه، انتقال دارو و کاهش اثرات مخرب کاونتاسیون در تجهیزات صنعتی، قابل استفاده است. این تحقیق گامی موثر در راستای بهبود فناوری‌های مرتبط با دینامیک حباب‌ها و توسعه کاربردهای عملی آن به شمار می‌رود. پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های آتی تمرکز بیشتری بر یافتن فاصله و یا شعاعی از حباب که قدرت جت ناشی از شکست حباب در آن فاصله بی‌اثر و یا کمتر است انجام شود.

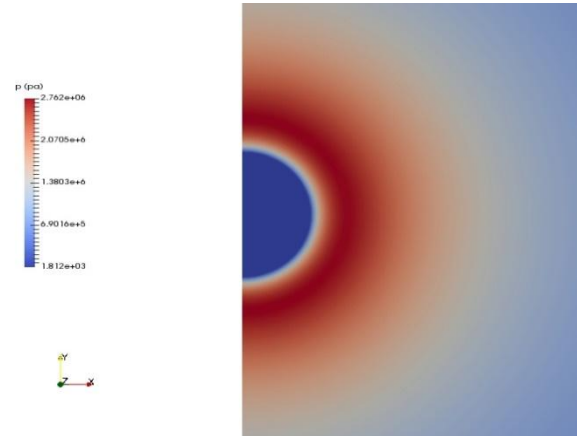


Fig. 9. Pressure contour in the bubble burst phenomenon at the instant of 67 microseconds.

شکل ۹. کانتور فشار در پدیده شکست حباب در لحظه‌ی ۶۷ میکروثانیه.

با توجه به شکل (۸) مشاهده می‌شود در لحظه‌ی شکست حباب، سرعت در اطراف سطح مشترک حباب به حدود ۱۲۰ متر بر ثانیه و بیشینه مقدار خود رسیده‌است. در مرکز کانتور (ناحیه‌ی با رنگ آبی تیره) سرعت بسیار پایین و زیر ۰.۰۱ متر بر ثانیه می‌باشد و جریان تقریباً ایستا است. انرژی ناشی از شکست حباب که به صورت موج به محیط اطراف منتقل می‌شود، با کاهش سرعت در فواصل دورتر همراه است. با توجه به ناحیه‌ی قرمز رنگ در شکل (۹) مشاهده می‌شود که در لحظه‌ی شکست، فشار حداکثری روی بیرون حباب و اطراف سطح مشترک آن اعمال شده و به مقدار ۲۷۶۲۰۰۰ پاسکال رسیده‌است. این فشار بالا به دلیل موج ضربه‌ای است که در هنگام شکست حباب به اطراف منتقل می‌شود و قدرت بالایی دارد. تفاوت فشاری که بین مرکز و اطراف حباب وجود دارد، عامل ایجاد نوسانات و جریان‌های موضعی است.

۴-۶- تنش برشی وارد بر دیواره در عدد گاماهای مختلف

حباب مورد نظر در فواصل و اعداد گاماهای مختلف در بازه اعداد بین ۰.۵ تا ۲.۵ مورد بررسی قرار گرفت تا بالاترین قدرتی که می‌تواند روی سطح ایجاد کند آشکار شود و همچنین فاصله‌ی بهینه که شکست حباب در آن فاصله قدرت دارد مشخص شود. این قدرت با پارامتر تنش برشی که ناشی از شکست جت به دیواره وارد می‌شود مورد بررسی قرار گرفته‌است. به صورت خلاصه نتایج تنش برشی ایجاد شده بر حسب طول در هندسه و برای سه عدد گامای با بیشترین، متوسط و کمترین تنش برشی روی دیواره و در شکل (۱۰) گزارش شده‌است. لازم به ذکر است تنش برشی در مختصات (x, y, z) برابر با $(0, 0, 0)$ ، درست در زیر حباب در محل برخورد جت حاصل از شکست حباب به دیواره مورد بررسی قرار گرفته‌است.

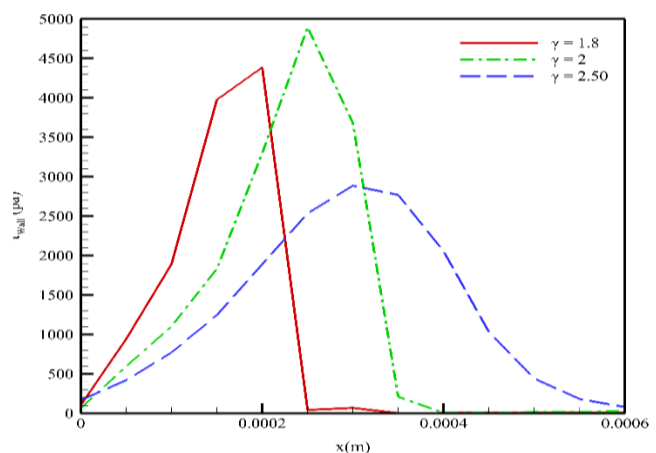


Fig. 10. Shear Stress-Spacing diagram at different gamma numbers.

شکل ۱۰. نمودار تنش برشی-فاصله در اعداد گاماهای مختلف.

۶ - فهرست علائم

- [12] I. Leifer, P. Patro RK, Bowyer, "A study on the temperature variation of rise velocity for large clean bubbles", Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, 17(10), pp. 1392-1402, 2000.
- [13] MK. Tripathi, KC. Sahu, R. Govindarajan, "Dynamics of an initially spherical bubble rising in quiescent liquid", Nature communications, 6(1), p. 6268, 2015.
- [14] EA. Brujan, GS. Keen, A. Vogel, JR. Blake, "The final stage of the collapse of a cavitation bubble close to a rigid boundary", Physics of fluids, 14(1), pp. 85-92, 2002.
- [15] A. Osterman, M. Dular, B. Sirok, "Numerical simulation of a near-wall bubble collapse in an ultrasonic field", Journal of Fluid Science and Technology, 4(1), pp. 210-221, 2009.
- [16] D. Kröninger, K. Köhler, T. Kurz, W. Lauterborn, "Particle tracking velocimetry of the flow field around a collapsing cavitation bubble", Experiments in fluids, 48, pp. 395-408, 2010.
- [17] S. Müller, P. Helluy, J. Ballmann, "Numerical simulation of a single bubble by compressible two - phase fluids", International journal for numerical methods in fluids, 62(6), pp. 591-631, 2010.
- [18] M. Lamnaouer, "Numerical modeling of the shock tube flow fields before and during ignition delay time experiments at practical conditions", University of Central Florida, 2010.
- [19] CT. Hsiao, JK. Choi, S. Singh, GL. Chahine, TA. Hay, YA. Ilinskii, EA. Zabolotskaya, MF. Hamilton, G. Sankin, F. Yuan, P. Zhong, "Modelling single-and tandem-bubble dynamics between two parallel plates for biomedical applications", Journal of fluid mechanics, 716, pp. 137-170, 2013.
- [20] SW. Ohl, E. Klaseboer, BC. Khoo, "The dynamics of an oscillating bubble near bio-materials", Modern Physics Letters B, 24(13), pp. 1365-1368, 2010.
- [21] A. Goliaei, U. Adhikari, ML. Berkowitz, "Opening of the blood-brain barrier tight junction due to shock wave induced bubble collapse: a molecular dynamics simulation study", ACS chemical neuroscience, 6(8), pp. 1296-1301, 2015.
- [22] B. Han, K. Köhler, K. Jungnickel, R. Mettin, W. Lauterborn, A. Vogel, "Dynamics of laser-induced bubble pairs", Journal of Fluid Mechanics, 771, pp. 706-742, 2015.
- [23] V. Farhangmehr, MT. Shervani-Tabar, R. Parvizi, SW. Ohl, BC. Khoo, "Numerical study on ring bubble dynamics in a narrow cylinder with a compliant coating", Fluid Dynamics Research, 47(2), p. 025508, 2015.
- [24] A. Daryaei, P. Hanafizadeh, MA. Akhavan-Behabadi, "Three-dimensional numerical investigation of a single bubble behavior against non-linear forced vibration in a microgravity environment", International Journal of Multiphase Flow, 109, pp. 84-97, 2018.
- [25] M. Bakhtiari-Nejad, S. Shahab, "Effects of nonlinear propagation of focused ultrasound on the stable cavitation of a single bubble", InAcoustics, Vol. 1, No. 1, pp. 14-34, 2018.
- [26] T. Li, A. Zhang, SP. Wang, S. Li, WT. Liu, "Bubble interactions and bursting behaviors near a free surface", Physics of Fluids, 31(4), 2019.
- [27] M. Koch, C. Lechner, F. Reuter, K. Köhler, R. Mettin, W. Lauterborn, "Numerical modeling of laser generated cavitation bubbles with the finite volume and volume of fluid method using OpenFOAM", Computers & Fluids, 126, pp. 71-90, 2016.
- [28] L. Tian, YX. Zhang, JY. Yin, L. Lv, JY. Zhang, JJ. Zhu, "Study on the liquid jet and shock wave produced by a near-wall cavitation bubble containing a small amount of non-

C_p	ظرفیت حرارتی ویژه ($\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$)
e	مجموع انرژی جنبشی و داخلی یا کل انرژی (J) یا (kJ)
k	انرژی جنبشی (J) یا (kJ)
p	فشار (Pa)
T	دما (K)
U	سرعت (ms^{-1})

حروف یونانی

α	کسر حجمی (-)
β	هدایت حرارتی ماده ($\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$)
μ	لزجت (Pa)
ρ	چگالی (kgm^{-3})
τ	تنش برشی (Pa)

بالانویس‌ها

~ فیلتر شده

زیرنویس‌ها

b	حباب
c	کمیت بحرانی برای سیال
g	گاز داخل حباب
l	فاز پیوسته (سیال)
r	نسبی
v	فاز بخار
w	آب

۷ - مراجع

- [1] JP. Franc, JM. Michel, "Fundamentals of cavitation", Springer science & Business media, Vol. 76, 2006.
- [2] M. Tinguely, "The effect of pressure gradient on the collapse of cavitation bubbles in normal and reduced gravity" Doctoral dissertation, EPFL, 2013.
- [3] C. Lechner, W. Lauterborn, M. Koch, R. Mettin, "Jet formation from bubbles near a solid boundary in a compressible liquid: Numerical study of distance dependence", Physical Review Fluids, 5(9), p. 093604, 2020.
- [4] CE. Brennen, "Cavitation and bubble dynamics", Cambridge university press, 2014.
- [5] N. Méndez, R. González-Cinca, "Numerical study of bubble dynamics with the boundary element method", InJournal of Physics, Vol. 327, No. 1, p. 012028, 2011.
- [6] T. Trummer, SJ. Schmidt, NA. Adams, "Numerical investigation of non-condensable gas effect on vapor bubble collapse", Physics of Fluids, 33(9), 2021.
- [7] YB. Zudin, "Calculation of the rise velocity of large gas bubbles", Journal of engineering physics and thermophysics, 68(1), pp. 10-15, 1995.
- [8] Chen L, Garimella SV, Reizes JA, Leonardi E, "The development of a bubble rising in a viscous liquid", Journal of Fluid Mechanics, 387, pp. 61-96, 1999.
- [9] MJ. Ni, M. Abdou, S. Komori, "A variable-density projection method for interfacial flows", Numerical Heat Transfer: Part B: Fundamentals, 44(6), pp. 553-574, 2003.
- [10] Smolianski A, Haario H, Luukka P, "Vortex shedding behind a rising bubble and two-bubble coalescence: a numerical approach", Applied mathematical modelling, 29(7), pp. 615-632, 2005.
- [11] A. Smolianski, H. Haario, P. Luukka, "Numerical study of dynamics of single bubbles and bubble swarms", Applied mathematical modelling, 32(5), pp. 641-659, 2008.

- condensable gas*", International Communications in Heat and Mass Transfer, 145, p. 106815, 2023.
- [29] R. Maddahian, MJ. Cervantes, DM. Bucur, "Numerical investigation of entrapped air pockets on pressure surges and flow structure in a pipe", Journal of Hydraulic Research, 58(2), pp. 218-230, 2020.
- [30] HG. Weller, "A new approach to VOF-based interface capturing methods for incompressible and compressible flow", OpenCFD Ltd, 4, p. 35, 2008.
- [31] B. Lafaurie, C. Nardone, R. Scardovelli, S. Zaleski, G. Zanetti, "Modelling merging and fragmentation in multiphase flows with SURFER", Journal of computational physics, 113(1), pp. 134-147, 1994.
- [32] CJ. Greenshields, HG. Weller, "Notes on computational fluid dynamics: General principles", (No Title), 2022.
- [33] J. Yin, Y. Zhang, J. Zhu, Y. Zhang, S. Li, "On the thermodynamic behaviors and interactions between bubble pairs: A numerical approach", Ultrasonics Sonochemistry, 70, p. 105297, 2021.
- [34] BR. Shin, Y. Iwata, T. Ikohagi, "Numerical simulation of unsteady cavitating flows using a homogenous equilibrium model", Computational Mechanics, 30, pp. 388-395, 2003.
- [35] T. Yamamoto, SI. Hatanaka, SV. Komarov, "Fragmentation of cavitation bubble in ultrasound field under small pressure amplitude", Ultrasonics sonochemistry, 58, p. 104684, 2019.
- [36] VT. Nguyen, HJ. Sagar, O. el Moctar, WG. Park, "Understanding cavitation bubble collapse and rebound near a solid wall", International Journal of Mechanical Sciences, 278, p. 109473, 2024.
- [37] HT. Chen, R. Collins, "Shock wave propagation past an ocean surface", Journal of Computational Physics, 7(1), pp. 89-101, 1971.
- [38] I. Akhatov, O. Lindau, A. Topolnikov, R. Mettin, N. Vakhitova, W. Lauterborn, "Collapse and rebound of a laser-induced cavitation bubble", Physics of Fluids, 13(10), pp. 2805-2819, 2001.
- [39] S. Müller, M. Bachmann, D. Kröninger, T. Kurz, P. Helluy, "Comparison and validation of compressible flow simulations of laser-induced cavitation bubbles", Computers & fluids, 38(9), pp. 1850-1862, 2009.