



## Numerical Analysis of Passive Mixing Efficiency in a New Magneto-Electroosmotic Micromixer

Morteza dallakehnejad<sup>1\*</sup>, Seyed Ali Mirbozorgi<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Associate Professor, Department of Mechanical Engineering, Technical and Vocational University (TVU), Tehran, Iran.

<sup>2</sup> Professor, Department of Mechanical Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran.

\* 1435763811, Tehran, Iran, mdallakehnejad@tvu.ac.ir

### Article info

Article history:

Received: 10 May 2025

Revised: 4 Jun 2025

Accepted: 16 Jun 2025

Available online: 16 Jun 2025

Keywords:

Magnetohydrodynamics

Electroosmotic Flow

Magnetic Flux Density

Lorentz Force

Electric Double Layer

<https://doi.org/10.22077/AEC.2025.9367.1028>

### Abstract

In this paper, the mixing efficiency in a new magneto-electroosmotic micromixer has been numerically investigated and simulated. The micromixer in question is actually a microchannel with electroosmotic flow in which a permanent magnetic field perpendicular to the microchannel is used to create passive mixing. The main objective is to analyze the effects of magnetic flux density and zeta potential of the walls on the flow velocity field and ultimately the mixing efficiency. The flow geometry is a two-dimensional microchannel between two parallel plates, with uniformly charged surfaces throughout its walls. The flow is assumed to be incompressible, steady, and laminar. The governing equations, including the modified Navier-Stokes equations for fluid motion, the magnetic field equation, the equations for external and internal electric potentials, the Nernst-Planck equations for positive and negative ion concentration distributions, and the species concentration equation, are solved using the finite volume method. Numerical results showed that for microchannel flow at Reynolds number 0.03, electrical double layer parameter 16.42, and magnetic flux density of  $5 \text{ NA}^{-1} \text{ m}^{-1}$ , an increase in zeta potential intensifies the flow in the central region of the microchannel, which leads to a significant decrease in mixing efficiency; from 98% to 45%. The results also showed that with increasing magnetic flux density, the mixing efficiency along the microchannel increases. This analysis can be effectively utilized in the design of microelectronic cooling systems and microchips.

## تحلیل عددی راندمان اختلاط غیر فعال در یک ریزمخلوط‌گر جدید مگنتو-الکترواسموتیکی

مرتضی دلاکه نژاد<sup>1\*</sup>، سید علی میربوزرگی<sup>2</sup>

<sup>1</sup> استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه ملی مهارت، تهران، ایران

<sup>2</sup> استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، تهران، ایران

\* 1435763811، تهران، ایران، mdallakehnejad@tvu.ac.ir

### چکیده

در این مقاله، راندمان اختلاط در یک ریزمخلوط‌گر جدید تحت عنوان مگنتو-الکترواسموتیکی به صورت عددی بررسی و شبیه سازی شده است. ریزمخلوط‌گر مورد نظر در واقع یک ریزمجرا با جریان الکترواسموتیک است که به منظور ایجاد اختلاط غیرفعال در آن، از یک میدان مغناطیسی دائم عمود بر ریزمجرا کمک گرفته شده است. هدف اصلی، تحلیل اثرات چگالی شار مغناطیسی و زتاپتانسیل دیواره‌ها بر میدان سرعت جریان و نهایتاً راندمان اختلاط است. هندسه جریان یک ریزمجرای دوبعدی بین دو صفحه موازی است که سرتاسر دیواره‌های آن بطور یکنواخت باردار می‌باشد. بعلاوه جریان مورد نظر تراکم ناپذیر، دائم و آرام فرض شده است. معادلات حاکم بر مسأله، شامل معادلات ناویر-استوکس اصلاح شده برای میدان جریان سیال، معادله میدان مغناطیسی، معادلات میدان‌های پتانسیل الکتریکی خارجی و داخلی، معادلات توزیع غلظت یون‌های مثبت و منفی (ارنست-پلانک) و معادله‌ی غلظت گونه‌ها به روش عددی حجم محدود حل شده است. نتایج عددی نشان داد که برای جریان در یک ریزمجرا با رینولدز 0.03، پارامتر لایه دوگانه الکتریکی 16.42 و چگالی شار مغناطیسی 5 نیوتن بر آمپرمترا، افزایش زتاپتانسیل موجب تقویت حرکت سیال در ناحیه مرکزی شده و راندمان اختلاط کاهش می‌یابد به طوری که این کاهش راندمان اختلاط از مقدار 98 درصد به مقدار 45 درصد می‌رسد. همچنین نتایج نشان داد که با افزایش چگالی سطحی شار مغناطیسی، راندمان اختلاط در طول ریزمجرا افزایش می‌یابد. این تحلیل می‌تواند در طراحی سیستم‌های خنک‌کاری ریزالکترونیکی و ریزتراشه‌ها کاربرد مؤثری داشته باشد.

### اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت: 04/02/20

بازنگری: 04/03/14

پذیرش: 04/03/26

نشر برخط: 04/02/26

کلمات کلیدی:

مگنتوهیدرودینامیک

جریان الکترواسموتیک

چگالی سطحی شار مغناطیسی

نیروی لورنتس

لایه دوگانه الکتریکی

جریان الکترواسموتیک از منظرهای مختلف نظیر تأثیر زتا پتانسیل متغیر روی دیواره‌ها [۱۲، ۱۳] مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته است. بعلاوه در زمینه بهبود راندمان اختلاط و کنترل حرکت سیال در جریان الکترواسموتیک تاکنون مطالعات زیادی انجام شده و روش‌های مختلفی برای ایجاد اختلاط فعال و غیرفعال معرفی گردیده است [۱۴، ۱۵]. در ادامه برخی از مطالعات در زمینه اختلاط غیرفعال مرور می‌شود.

یوسفیان و بباره [۱۶] نوع جدیدی از ریزمخلوط‌گر الکترواسموتیک را در حضور میدان‌های الکتریکی جریان متناوب و جریان مستقیم پیشنهاد کردند. نتایج آنها نشان می‌دهد که برای هر دو میدان الکتریکی مستقیم و متناوب، راندمان اختلاط را می‌توان با مقدار ولتاژ اعمال‌شده و سرعت ورودی سیال کنترل کرد، بدین صورت که با افزایش ولتاژ اعمال‌شده و کاهش سرعت ورودی، راندمان اختلاط بهبود می‌یابد. گنگولی و همکاران [۱۷، ۱۸] ترکیب جریان الکترواسموتیک و جریان نانوسیالات فشار-محرك را در ریزمجرها تحت تأثیر میدان‌های مغناطیسی بررسی کردند. آنها نشان دادند که افزودن نانوذرات به سیال پایه، هرچند باعث کاهش انتقال حرارت در حضور میدان مغناطیسی و با افزایش کسر حجمی و اندازه خوشه‌های ذرات می‌شود، اما در عوض تولید آنتروپی کل را کاهش داده و منجر به کاهش برگشت‌ناپذیری ترمودینامیکی و بهبود کارایی سیستم در مقیاس ریز می‌شود. وارگاس و همکاران [۱۹] پراکندگی هیدرودینامیکی جریان را از طریق ریزمجرها با استفاده از یک محرك ترکیبی الکترواسموتیک-مگنتوهیدرودینامیکی مشاهده کردند که تغییر تدریجی در زتا پتانسیل دیواره مجرا را نشان داد. آنها نشان دادند که تغییرات همزمان میدان الکتریکی، میدان مغناطیسی و زتا پتانسیل دیواره‌ها می‌تواند به‌طور قابل توجهی توزیع محوری ضریب پخش مؤثر یک محلول خنثی را در ریزمجر تغییر دهد. بالاجی و همکاران [۲۰] مدولاسیون الکترواسموتیک-مگنتوهیدرودینامیکی جریان‌های فشرده چرخان را با اثرات زتا پتانسیل محاسبه کردند. آنها نشان دادند که در سیستم‌های جریان فشرده سیالات هوشمند، با کنترل همزمان سرعت فشرده‌گی، شدت چرخش، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی و پارامترهای مکش دیواره می‌توان فشار، توزیع سرعت و اصطکاک ناشی از لزجت را بهینه‌سازی کرد. لو و همکاران [۲۱] با استفاده از ناهمگنی زتا پتانسیل دیواره و میدان الکتریکی متناوب راندمان اختلاط را در جریان الکترواسموتیک به‌طور عددی تحلیل نمودند. آنها از مدل تقریبی بولتزمن در توصیف توزیع یون‌ها در لایه دوگانه الکتریکی استفاده کردند. اثرات ناهمگنی مورد استفاده در کار آنها به‌صورت زتا پتانسیل وصله‌ای با مقدار ثابت در هر وصله پیاده‌سازی شده است.

ژانگ و ژو [۲۲] به مطالعه عددی یک ریزمخلوط‌گر الکترواسموتیک سه‌بعدی با ساختار منحنی فراکتالی کخ پرداخته‌اند. آنها نشان دادند که استفاده از هندسه‌های فراکتالی مانند منحنی کخ می‌تواند به‌طور قابل توجهی سطح تماس و پیچیدگی جریان را افزایش دهد و در نتیجه راندمان اختلاط را در ریزمخلوط‌گرها بهبود بخشد. موندال و همکاران [۲۳] به تحلیل عددی اختلاط الکترواسموتیک در یک ریزمخلوط‌گر با بار سطحی ناهمگن و با موانع پرداختند. نتایج آنها نشان داد که چیدمان موانع به‌صورت متناوب و ایجاد ناهمگنی در بار سطحی کانال می‌تواند راندمان اختلاط را تا 99 درصد افزایش دهد. این پژوهش بر اهمیت طراحی ساختاری و خواص سطحی در بهبود کارایی اختلاط در مقیاس ریز تأکید داشت. کلاتر فیوج و همکاران [۲۴] به شبیه‌سازی عددی اختلاط الکترواسموتیک با استفاده از روش اجزای محدود پرداخته‌اند. آنها نشان دادند که شبیه‌سازی اجزای محدود یک ابزار قدرتمند برای پیش‌بینی و بهینه‌سازی عملکرد ریزمخلوط‌گرها است. این مطالعه بر اهمیت دقت در مدل‌سازی پدیده‌های الکترواسموتیک و تعامل آنها با دینامیک سیالات تأکید دارد و نشان می‌دهد که تغییر پارامترهایی مانند فرکانس میدان الکتریکی و پتانسیل سطحی می‌تواند به‌طور قابل توجهی بر کارایی اختلاط تأثیر بگذارد. ژانگ و همکاران [۲۵] به تحلیل عددی عملکرد اختلاط در یک ریزمخلوط‌گر الکترواسموتیک با دیواره‌های مجرای کسینوسی پرداختند. آنها نشان دادند که با بهینه‌سازی پارامترهایی مانند تعداد جفت الکترودها، اختلاف فاز، فرکانس و ولتاژ میدان الکتریکی متناوب، می‌توان راندمان اختلاط را به‌طور چشمگیری تا 96 درصد افزایش داد. این کار بر اهمیت طراحی هندسی و شرایط عملیاتی در بهبود اختلاط الکترواسموتیک تأکید می‌کند. هررا والنسیا و همکاران [۲۶] به مطالعه جریان الکترواسموتیک سیالات ساختارمند با استفاده از یک مدل رئولوژیکی تعمیم‌یافته جدید پرداختند. آنها نشان دادند که این مدل جدید می‌تواند تغییرات پروفایل سرعت و توزیع تنش را در سیالات پیچیده با دقت بالاتری نسبت به مدل‌های قبلی پیش‌بینی کند. این کار به درک عمیق‌تر رفتار سیالات ساختارمند در

آماده‌سازی سریع یک مخلوط همگن برای بسیاری از کاربردهای شیمیایی و زیست‌شناسی مانند شناسایی عامل زیستی-شیمیایی<sup>۱</sup> در مقیاس‌های ریز، کاربردهای آزمایشگاهی روی یک تراشه<sup>۲</sup>، انتقال و تحویل دارو، پیوند زنی دی‌ان‌ای<sup>۳</sup>، تقویت واکنش زنجیره‌ای پلیمری<sup>۴</sup> و غیره اغلب امری ضروری است [۱-۳]. در بعضی از این کاربردها، سیستم مورد نظر دارای هندسه ساده و کوچکی است به‌طوری که فرآیند اختلاط بسیار آهسته رخ می‌دهد. این کندی فرآیند عمدتاً به علت آرام بودن جریان در این سیستم‌های ریز است. در یک جریان آرام عامل اصلی اختلاط فقط مکانیزم پخش مولکولی است و در غیاب مکانیزم‌های دیگر، افزایش راندمان اختلاط از طریق پخش به راحتی امکان پذیر نیست. بنابراین، جست و جوی روش‌های مناسب و ابتکاری برای بهبود اختلاط در چنین دستگاه‌هایی ضروری به نظر می‌رسد. در متون تخصصی مربوطه، روش‌های اختلاط فعال<sup>۵</sup> و غیرفعال<sup>۶</sup> متعددی برای افزایش راندمان در این سیستم‌های ریزمقیاس معرفی شده است.

در روش‌های اختلاط فعال، از یک منبع انرژی خارجی برای افزایش راندمان استفاده می‌شود. در این روش‌ها برای مثال از میدان مغناطیسی متغیر [۴، ۵]، اغتشاش فشاری [۶]، اغتشاش آکوستیکی [۷]، قدرت پنونماتیکی بخار [۸] و غیره به عنوان منبع انرژی خارجی استفاده می‌شود. عموماً، روش‌های اختلاط فعال که به‌طور مؤثر زمان اختلاط گونه‌ها را کاهش می‌دهند، دارای راندمان بالاتری نسبت به روش‌های غیرفعال هستند. این در حالی است که بیشتر آنها به سختی با سیستم‌های ریزسیالی ادغام می‌شوند. چرا که استفاده از محرک‌های فرکانس متغیر خارجی و قطعات متحرک مکانیکی داخلی برای آنها ضروری است. به منظور پرهیز از مشکلات اختلاط فعال، یک راه جایگزین آن است که اختلاط غیرفعال به خدمت گرفته شود. به خلاف روش‌های فعال، روش‌های غیرفعال معمولاً به روش‌هایی اشاره دارد که در آن نیازی به منابع انرژی خارجی نمی‌باشد. این روش‌ها اغلب مبتنی بر مکانیزم پخش یا جابجایی آشوبناک<sup>۷</sup> هستند که در آنها با طراحی یک مجرای خاص، گردابه‌هایی را در جریان به منظور افزایش سطح و زمان تماس گونه‌ها ایجاد می‌کنند [۹-۱۱].

از جمله روش‌های اختلاط غیرفعال، روش اعمال یک نیروی خارجی عمود بر جهت جریان اصلی است، به‌طوری که این نیرو جابجا نمی‌شود. در مقاله حاضر، این نیروی عمودی که به نیروی لورنتس الکترومغناطیس<sup>۸</sup> معروف است توسط یک میدان الکترومغناطیسی فراهم می‌گردد. به اثرات هیدرودینامیکی سیال در این حالت دیناموهیدرومغناطیس (ام‌ا‌ج‌دی)<sup>۹</sup> گفته می‌شود، به عبارت دیگر، دیناموهیدرومغناطیس مطالعه‌ی حرکت سیال تحت تأثیر دو میدان الکتریکی و مغناطیسی متعامد است. این در حالی است که عاملیت جریان اصلی مورد نظر در این مقاله، نیروی لورنتس الکترواسموتیک<sup>۱۰</sup> است و لذا ریزمخلوط‌گر حاصل را یک ریزمخلوط‌گر مگنتو-الکترواسموتیک می‌نامند.

لازم به ذکر است که جریان الکترواسموتیک (ای‌ا‌و‌اف)<sup>۱۱</sup> به‌عنوان یک روش پمپاژ جدید در حوزه سیستم‌های ریزالکترومکانیکی<sup>۱۲</sup> نظیر ریزتراشه‌ها، ریزمخلوط‌گرها و ریزپمپ‌ها، برای انتقال مواد شیمیایی و زیستی، به دلیل مزایای قابل توجه نسبت به دیگر روش‌ها نظیر فشار-محرك<sup>۱۳</sup>، به‌طور گسترده بکار می‌رود. نیروی لورنتس در این جریان از اعمال میدان الکتریکی خارجی بر بارهای خالص در لایه دوگانه الکتریکی (ای‌دی‌ال)<sup>۱۴</sup> حاصل می‌گردد. لایه دوگانه الکتریکی، ناحیه‌ای از سیال (الکترولیت) در مجاورت دیواره مجرا است که به دلیل عدم توازن یون‌های مثبت و منفی باردار است. حرکت سیال در ناحیه ای‌دی‌ال عامل اصلی ایجاد جریان ای‌ا‌و‌اف با پروفیل سرعت تخت است.

1. Biological/Chemical Agent
2. Lab-on-a-Chip
3. DNA Hybridization
4. PCR Amplification
5. Active
6. Passive
7. Chaotic Advection
8. Electromagnetic Lorentz force
9. Magnetohydrodynamic (MHD)
10. Electroosmotic Lorentz force
11. Electroosmotic Flow (EOF)
12. Micro Electro Mechanical Systems (MEMS)
13. Pressure-Driven
14. Electric Double Layer (EDL)

چگالی سطحی شار میدان مغناطیسی در جهت عمود بر صفحه (برون سو) در طول  $L_M$  می باشد.

دستگاه مختصات دکارتی روی ابتدای صفحه پایینی در نظر گرفته شده است. با توجه به منفی بودن زتا پتانسیل  $\zeta$  (لذا مثبت بودن بار خالص الکتریکی در ناحیه دوگانه الکتریکی) و جهت چپ به راست میدان الکتریکی  $E$ ، جهت جریان الکترواسموتیک در راستای مثبت  $x$  برقرار است. میدان مغناطیسی اعمال شده در کار حاضر توسط یک آهنربای عمود بر جهت میدان الکتریکی انتخاب شده است. قابل ذکر است که با توجه به جهت دو میدان الکتریکی  $E$  و مغناطیسی  $B_z$ ، (طبق قانون دست راست) یک نیروی مغناطیسی قائم (در جهت  $-y$ ) بر جریان اصلی الکترواسموتیک وارد می شود تا موضوع اختلاط در جریان حاضر را محقق سازد. لازم به ذکر است که با توجه به تعاریف مخلوط گرهای فعال و غیرفعال، با اعمال این میدان مغناطیسی دائمی، به طور معمول یک مخلوط گر غیرفعال حاصل می گردد چرا که در آن از هیچ انرژی خارجی استفاده نمی شود.

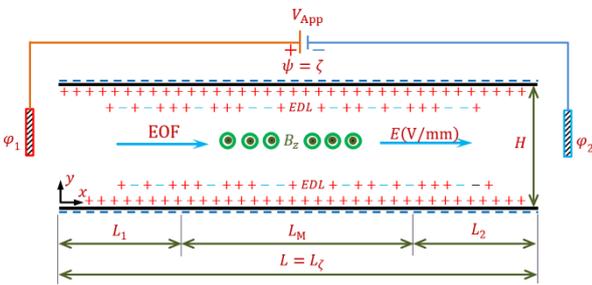


Fig. 1. Schematic of a Magneto-Electroosmotic Micromixer. شکل ۱. شماتیک یک ریزمخلوط گر مگنتو-الکترواسموتیک.

### ۳ - معادلات حاکم و شرایط مرزی

در این بخش، معادلات بی بعد حاکم بر جریان آرام، دائم و تراکم ناپذیر یک سیال نیوتنی در وضعیت دوبعدی بیان می گردد. در این معادلات از نیروی لورنتس الکترواسموتیکی به عنوان نیروی حجمی عامل اصلی تحریک و از نیروی لورنتس دیناموئید و مغناطیسی به عنوان نیروی حجمی عمود بر جهت جریان اصلی به منظور ایجاد اختلاط غیرفعال استفاده شده است [۱۲]. لازم به ذکر است که به منظور سهولت در ارائه نتایج، عمومیت بخشیدن به مسأله و تشخیص پارامترهای بی بعد حاکم بر جریان الکترواسموتیک و اثر میدان مغناطیسی، معادلات حاکم با تعریف پارامترهای بدون بعد مناسب به صورت زیر بی بعد و بیان می شوند.

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{x}{H}, & \bar{y} &= \frac{y}{H}, & \bar{u} &= \frac{u}{U_{Ref}}, & \bar{v} &= \frac{v}{U_{Ref}}, \\ U_{Ref} &= \mu_{EO} E_{Ref}, & \mu_{EO} &= -\frac{\epsilon_r \epsilon_0 \zeta}{\mu}, & \mu_{MHD} &= \frac{1}{B_0}, \\ \bar{p} &= \frac{p}{\rho U_{Ref}^2}, & \bar{\rho}_e &= \frac{\rho_e}{z e n_0}, & \bar{\psi} &= \frac{\psi}{(k_B T / z e)}, \\ \bar{\phi} &= \frac{\phi}{E_{Ref} H}, & \bar{n}^{\pm} &= \frac{n^{\pm}}{n_0}, & \bar{B}_z &= \frac{B_z}{B_0}, \\ \bar{C} &= \frac{C}{C_{Ref}}, & \bar{\zeta} &= \frac{\zeta}{(k_B T / z e)} \end{aligned} \quad (1)$$

نتیجه شکل بی بعد سازی معادلات حاکم که متغیر بالانویس بار به منظور سادگی حذف شده است به صورت زیر می باشد.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

میدان های الکتریکی و توسعه مدل های دقیق تر برای طراحی دستگاه های ریزسیالی کمک می کند.

چین و نانداکومار [۲۷] در یک کار عددی از یک الگوی بهینه شده بار سطحی ناهمگن به منظور بهبود اختلاط در جریان الکتروجنشبی استفاده نمودند. آنها ناهمگنی را با تعداد زیادی وصله در حالت های مختلف ایجاد کردند که در هر وصله مقدار زتا پتانسیل ثابت می باشد. نایاک [۲۸] اثرات ناهمگنی زتا پتانسیل دیواره را در جریان الکترواسموتیک به منظور افزایش راندمان اختلاط با استفاده از مدل ارنست-پلانک به طور عددی شبیه سازی نمود. او این اثرات ناهمگنی را به صورت وصله ای با چیدمان متقارن و نامتقارن روی دیواره ریزمجرای اعمال کرد، به طوری که مقدار زتا پتانسیل در هر وصله ثابت بود. چن و چو [۲۹] راندمان اختلاط جریان الکترواسموتیک یک سیال غیر نیوتنی قانون توانی را در یک ریزمجرای شامل موانع دوزنقه ای روی دیواره آن به صورت عددی بررسی کردند. نتایج آنها نشان داد که با افزایش ارتفاع و طول سطح بالایی بلوک های زبری، راندمان اختلاط افزایش می یابد. همچنین با افزایش شاخص رفتار جریان سیال غیر نیوتنی، راندمان اختلاط نیز افزایش می یابد. بعلاوه بنا بر نتایج آنها، الگوی ناهمگن زتا پتانسیل روی سطح بالایی بلوک های دوزنقه ای، موجب ایجاد چرخش جریان می شود که به نوبه خود باعث بهبود اختلاط غیرفعال می گردد که با مقدار زتا پتانسیل رابطه مستقیم دارد. دلاکه نژاد و همکاران [۱۵، ۳۰]، اثر نیروی دیناموئید و مغناطیسی را بر راندمان اختلاط در جریان الکترواسموتیک در ناحیه لایه دوگانه الکتریکی به صورت عددی بررسی کردند. نتایج آنها نشان داد که اعمال میدان مغناطیسی موجب افزایش قابل توجه راندمان اختلاط می شود.

یکی از روش هایی که می توان از آن برای ایجاد اختلاط غیرفعال بهره برد، بکارگیری میدان مغناطیسی دائمی در یک ریزمجرای با جریان الکترواسموتیک می باشد. میدان الکتریکی خارجی که از ملزومات یک جریان الکترواسموتیک است در حضور میدان مغناطیسی اعمالی می تواند یک نیروی عمود بر جریان اصلی الکترواسموتیک ایجاد نماید که در نتیجه افزایش راندمان اختلاط را در پی دارد. مرور مطالعات گذشته نشان می دهد که برای ایجاد اختلاط غیرفعال در ریزمخلوط گرهای الکترواسموتیکی تاکنون از این روش استفاده نشده است.

در مقاله حاضر ضمن معرفی یک ریزمخلوط گر جدید مگنتو-الکترواسموتیکی، راندمان اختلاط غیرفعال آن مورد بررسی و شبیه سازی عددی واقع می شود. این در حالی است که سرتاسر طول ریزمجرای در این ریزمخلوط گر، دارای لایه دوگانه الکتریکی است و میدان مغناطیسی فقط بر بخش میانی آن اعمال گردیده است. بعلاوه در این پژوهش، یک ریزمخلوط گر جدید دوبعدی با میدان مغناطیسی موضعی در ناحیه میانی، طراحی و تحلیل عددی شده است که در آن از ترکیب اثرات میدان مغناطیسی عرضی و جریان الکترواسموتیکی در دیواره ها برای بهبود راندمان اختلاط غیرفعال بهره برداری شده است. در مقایسه با ریزمخلوط گرهای معمول، این هندسه ساده اما هدمند باعث تشکیل گردابه های متقارن و بهبود پدیده هم زدن در ناحیه مرکزی کانال شده است. نکته کلیدی نوآوری این است که بدون نیاز به پیچیدگی های هندسی (مانند موانع، مارپیچ یا شکاف ها)، تنها با بهره گیری از میدان های فیزیکی ترکیبی و شرایط مرزی کنترل شده، اختلاط بهینه ای حاصل شده است. این ایده، مسیر جدیدی برای طراحی ریزمخلوط گرهای کم هزینه، مؤثر و ساده فراهم می سازد.

### ۲ - تعریف مسأله

شرح شماتیک یک جریان الکترواسموتیک دوبعدی بین دو صفحه موازی در موقعیت  $z = 0$  و در حضور یک میدان مغناطیسی مطابق شکل (۱) نمایش داده شده است که به آن ریزمخلوط گر مگنتو-الکترواسموتیکی<sup>۱</sup> گفته می شود. در این ریزمخلوط گر،  $H$  عرض ریزمجرای،  $L = 8H$  طول ریزمجرای،  $L_\zeta$  طول لایه دوگانه الکتریکی که برابر طول ریزمجرای فرض شده است و  $L_M$  طول ناحیه اعمال میدان مغناطیسی است که مشاهده می شود در کار حاضر در ناحیه میانی ریزمجرای اعمال شده است.  $L_1$  و  $L_2$  طول هایی از ریزمجرای که تحت تاثیر نفوذ غیرمستقیم میدان مغناطیسی می باشند.  $V_{App} = \phi_1 - \phi_2$  اختلاف پتانسیل اعمالی  $E = (\phi_1 - \phi_2) / L$  قدرت میدان الکتریکی است. به صورت عددی،  $\phi_2 = 0$  تنظیم شده و  $\phi_1$  به سادگی از  $\phi_1 = E \cdot L$  تعیین می شود.  $\zeta$  مقدار زتا پتانسیل سطح دیواره (اغلب منفی) و  $B_z$

واحد  $(\text{Nsm}^{-2})$ ،  $\varphi$  پتانسیل الکتریکی خارجی بر حسب (Volt)،  $\psi$  پتانسیل الکتریکی درون ای‌دی‌ال بر حسب (Volt)،  $B_z$  چگالی سطحی شار مغناطیسی با واحد  $(\text{Voltsm}^{-2})$  یا  $(\text{NA}^{-1}\text{m}^{-1})$  (Tesla یا  $\rho_e$  چگالی حجمی جریان الکتریکی با واحد  $(\text{Coulombm}^{-3})$ ،  $\varepsilon_r$  ثابت دی‌الکتریک محلول،  $\varepsilon_0$  ضریب گذردهی خلأ با واحد  $(\text{CoulombVolt}^{-1}\text{m}^{-1})$ ،  $n^+$  و  $n^-$  غلظت یون‌های مثبت و منفی با واحد  $(\text{ionsm}^{-3})$ ،  $z$  عدد والانس بار،  $e$  بار الکتریکی با واحد (Coulomb)،  $T$  دمای مطلق،  $C$  غلظت گونه‌ها،  $D_i^\pm$  ضرایب پخش یون‌های مثبت و منفی با واحد  $(\text{m}^2\text{s}^{-1})$  و  $D_s$  ضریب پخش گونه با واحد  $(\text{m}^2\text{s}^{-1})$  می‌باشد. بعلاوه  $\kappa = KH$  پارامتر لایه دوگانه الکتریکی یا عدد ای‌دی‌ال نامیده می‌شود و  $K = (2z^2e^2n_0/\varepsilon_r\varepsilon_0k_B T)^{1/2}$  به نام پارامتر دی‌بی‌ای-هوک و عکس ضخامت لایه دوگانه الکتریکی با واحد  $(\text{m}^{-1})$  می‌باشد. بعلاوه،  $\text{Re} = \rho U_{\text{Ref}} H / \mu$ ،  $\text{Sc} = \mu / \rho D_s$  و  $\text{Sc}^\pm = \mu / \rho D_i^\pm$ ،  $\text{Ha} = B_0 H \sqrt{\sigma / \mu}$  (بیان‌کننده نسبت نیروی اینرسی به نیروی لزجتی)، عدد هارتمن<sup>۵</sup>، (مربع عدد هارتمن، بیان‌کننده نسبت نیروی لورنتس به نیروی لزجتی)، عدد اشمیت<sup>۶</sup> یون‌ها (بیان‌کننده نسبت پخش مونتوم به پخش یون‌ها) و عدد اشمیت گونه‌ها (بیان‌کننده نسبت پخش مونتوم به پخش گونه‌ها) می‌باشد. علاوہ بر این، اعداد  $G = \mu_{\text{EO}} / \mu_{\text{MHD}}$  و  $B = n_0 k_B T / \rho U_{\text{Ref}}^2$ ،  $A = E_{\text{Ref}} H / (k_B T / ze)$  ترتیب، بیان‌کننده نسبت ولتاژ اعمالی خارجی به ولتاژ پایه، بیان‌کننده نسبت فشار یونی به فشار دینامیکی و بیان‌کننده نسبت قابلیت حرکت الکترواسموتیکی به قابلیت حرکت دیناموایدرومغناطیسی است.

### ۱-۳- شرایط مرزی

شرایط مرزی پی‌بعد لازم برای حل دستگاه معادلات حاکم بر مسأله حاضر بدین صورت است که در ورودی ریزمجرا میدان‌های فشار، غلظت گونه‌ها، الکتریکی خارجی، سرعت عمودی ( $v$ ) و غلظت یون‌ها معلوم اما میدان‌های سرعت افقی ( $u$ )، مغناطیسی و الکتریکی داخلی به صورت شرط مرزی مشتقی<sup>۷</sup> می‌باشد. در خروجی ریزمجرا میدان‌های فشار، الکتریکی خارجی معلوم ولی میدان‌های سرعت، غلظت گونه‌ها، غلظت یون‌ها، مغناطیسی و الکتریکی داخلی به صورت مشتقی می‌باشد. در سرتاسر دیواره‌های بالا و پایین ریزمجرا برای سرعت، شرط عدم لغزش بکار رفته ولی برای میدان‌های فشار، الکتریکی خارجی و غلظت گونه‌ها شرط مرزی مشتقی و برای میدان‌های الکتریکی داخلی، مغناطیسی و غلظت یون‌ها شرط مرزی معلوم بکار رفته است.

#### مرز ورودی ریزمجرا:

$$\begin{aligned} \varphi_1 = \varphi_{in}; \quad \partial\psi/\partial x = 0; \quad n^\pm = 1; \quad \partial u/\partial x = 0; \quad v = 0; \\ \partial B_z/\partial x = 0; \quad p = 0; \quad C = \begin{cases} 0 & 0 \leq y \leq 1/2 \\ 1 & 1/2 \leq y \leq 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (12)$$

#### مرز خروجی ریزمجرا:

$$\begin{aligned} \varphi_2 = 0; \quad \partial\psi/\partial x = 0; \quad \partial n^\pm/\partial x = 0; \quad \partial u/\partial x = 0; \\ \partial v/\partial x = 0; \quad \partial B_z/\partial x = 0; \quad p = 0; \quad \partial C/\partial x = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

#### دیواره‌های بالا و پایین ریزمجرا:

$$\begin{aligned} \partial\varphi/\partial y = 0; \quad \psi = \psi(x); \quad n^\pm = \exp(\mp\zeta); \quad u = 0; \\ v = 0; \quad B_z(x, y, \pm 0.5) = 1 \text{ for } x \in [L_M]; \\ B_z(x, y, \pm 0.5) = 0 \text{ for } x \notin [L_M]; \\ \partial p/\partial y = 0; \quad \partial C/\partial y = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(uu)}{\partial x} + \frac{\partial(uv)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ - B\rho_e \left[ \left( A \frac{\partial\varphi}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial x} \right) - A G v B_z \right] \\ - \frac{\text{Ha}^2}{A G \text{Re}} B_z \left( A \frac{\partial\varphi}{\partial y} + \frac{\partial\psi}{\partial y} \right) - \frac{\text{Ha}^2}{\text{Re}} u B_z^2 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(vu)}{\partial x} + \frac{\partial(vv)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \\ - B\rho_e \left[ \left( A \frac{\partial\varphi}{\partial y} + \frac{\partial\psi}{\partial y} \right) + A G u B_z \right] \\ + \frac{\text{Ha}^2}{A G \text{Re}} B_z \left( A \frac{\partial\varphi}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial x} \right) - \frac{\text{Ha}^2}{\text{Re}} v B_z^2 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial z^2} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = G \left[ \frac{\partial}{\partial x} (v B_z) - \frac{\partial}{\partial y} (u B_z) \right] \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\frac{\kappa^2}{2} \rho_e \quad (7)$$

$$\rho_e = (n^+ - n^-) \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(un^+)}{\partial x} + \frac{\partial(vn^+)}{\partial y} \\ = \frac{1}{\text{Re Sc}^+} \left\{ \begin{aligned} & \frac{\partial^2 n^+}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 n^+}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ n^+ \left( A \frac{\partial\varphi}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial x} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left[ n^+ \left( A \frac{\partial\varphi}{\partial y} + \frac{\partial\psi}{\partial y} \right) \right] \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(un^-)}{\partial x} + \frac{\partial(vn^-)}{\partial y} \\ = \frac{1}{\text{Re Sc}^-} \left\{ \begin{aligned} & \frac{\partial^2 n^-}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 n^-}{\partial y^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left[ n^- \left( A \frac{\partial\varphi}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial x} \right) \right] \\ & - \frac{\partial}{\partial y} \left[ n^- \left( A \frac{\partial\varphi}{\partial y} + \frac{\partial\psi}{\partial y} \right) \right] \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re Sc}} \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) \quad (11)$$

که در آن  $U_{\text{Ref}}$  سرعت مرجع (سرعت مشخصه جریان الکترواسموتیک یا سرعت هلمهولتز-اسمولوچوفسکی<sup>۱</sup>)،  $\mu_{\text{EO}}$  قابلیت حرکت الکترواسموتیک<sup>۲</sup>،  $\mu_{\text{MHD}}$  قابلیت حرکت دیناموایدرومغناطیسی<sup>۳</sup>،  $E_{\text{Ref}}$  قدرت میدان الکتریکی مرجع،  $C_{\text{Ref}}$  یک غلظت مرجع،  $B_0$  چگالی سطحی شار مغناطیسی مرجع،  $n_0 = C_0 N_A$  غلظت توده‌ای یون‌ها در محلول الکترولیت به اِزاء واحد حجم  $(\text{ionsm}^{-3})$ ،  $N_A$  عدد آووگادرو با واحد  $(\text{ionsmol}^{-1})$  و  $C_0$  غلظت مولی یون‌ها با واحد  $(\text{molm}^{-3})$  می‌باشد. نتیجه شکل پی‌بعد سازی معادلات حاکم که متغیر بالانویس بار به منظور سادگی حذف شده است به صورت زیر می‌باشد. بعلاوه،  $u$  سرعت جریان در راستای  $x$  با واحد  $(\text{ms}^{-1})$ ،  $v$  سرعت جریان در راستای  $y$  با واحد  $(\text{ms}^{-1})$ ،  $p$  فشار با واحد  $(\text{Nm}^{-2})$ ،  $\rho$  چگالی حجمی سیال با واحد  $(\text{Kgm}^{-3})$ ،  $\mu$  لزجت دینامیکی سیال با

4. Reynolds Number  
5. Hartmann Number  
6. Schmidt Number  
7. Neumann Boundary Condition

1. Helmholtz–Smoluchowski Velocity  
2. Electroosmotic Mobility  
3. Magnetohydrodynamic Mobility

۴ - روش حل عددی

با توجه به جدول فوق و همان‌طور که انتظار می‌رود، با افزایش تعداد گره‌ها، دقت نتایج افزایش می‌یابد. البته باید در نظر داشت که افزایش دقت، افزایش تصاعدی زمان محاسبات را نیز به دنبال خواهد داشت. در این پژوهش، خطای نسبی از مرتبه 0.96 درصد به عنوان حداکثر خطای مجاز انتخاب شده است.

شکل (۳) نشان می‌دهد که نتایج در ابتدا نسبت به شبکه حساس هستند، در حالی که با پالایش بیشتر شبکه، پروفایل سرعت تغییر قابل توجهی نمی‌کند؛ از این رو، شبکه‌ای با ابعاد  $180 \times 90$  سلول در اینجا انتخاب شده است که نشان‌دهنده استقلال نتایج از شبکه انتخابی می‌باشد. همچنین مشاهده می‌شود که برای این شبکه، نتایج حاصل از حل عددی با دقت بالایی با حل تحلیلی مطابقت دارد [۱۲].

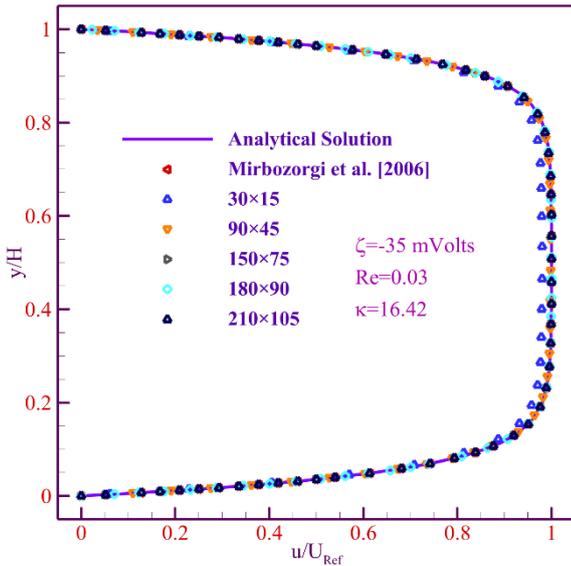


Fig. 3. Velocity Distribution Results for Ideal Electroosmotic Flow. شکل ۳. نتایج توزیع سرعت برای جریان ایده‌آل الکترواسموتیک.

مشاهده می‌شود، استفاده از شبکه‌ای با تعداد نقاط حدود  $180 \times 90$  می‌تواند یک حل قابل قبول و مستقل از نقاط شبکه را فراهم نماید. لازم به ذکر است که برای نواحی با گرادیان‌های شدید، ضرایب انبساط در جهت  $x$  و  $y$  به ترتیب 1.03 و 1.04 در نظر گرفته شده است.

به منظور اعتبارسنجی نتایج، حل عددی این جریان ایده‌آل با یک حل تحلیلی مقایسه شده است. در این حالت جریان از نظر هیدرودینامیکی و یونی توسعه یافته است و سیال جاری یک محلول الکترولیت متقارن (مانند KCL) با غلظت‌های مختلف است به طوری که ضخامت لایه دو گانه الکتریکی  $\kappa = 16.42$  اختیار می‌شود. پارامترهای مورد نیاز ترموفیزیکی، الکتروشیمیایی و سایر ثابت‌ها برای حل‌های عددی و تحلیلی در دمای مرجع 298 K مطابق جدول (۲) انتخاب شده‌اند [۳۰].

حل تحلیلی موجود برای توزیع پتانسیل الکتریکی داخلی و توزیع سرعت در مسأله مورد نظر به ترتیب توسط معادلات (۱۵) و (۱۶) در این بخش بیان شده‌اند [۱۲].

$$\frac{\psi}{\zeta} = \frac{\cosh\left(\kappa\left(\frac{y}{H} - 1/2\right)\right)}{\cosh(\kappa/2)} \quad (15)$$

$$\frac{u}{U_{Ref}} = 1 - \frac{\cosh\left(\kappa\left(\frac{y}{H} - 1/2\right)\right)}{\cosh(\kappa/2)} \quad (16)$$

شکل (۴) و شکل (۵) مقایسه این نتایج را با حل عددی نشان می‌دهد. در شکل (۴) مشاهده می‌شود با توجه به ماهیت ناحیه ای‌دی‌ال، یک توزیع تخت از پتانسیل الکتریکی بویژه در نواحی خط مرکزی ریزمجرا ایجاد شده است، به طوری که مقدار  $\psi$

در این مقاله، برای حل عددی معادلات حاکم بر مسأله با مشخصات هندسی و شرایط مرزی بیان شده در بخش‌های قبلی، از روش حجم محدود استفاده شده است. ارتباط بین میدان‌های سرعت و فشار از طریق الگوریتم سیمپل<sup>۱</sup> برقرار شده است. برای پرهیز از اثرات احتمالی شطرنجی در میدان‌های فشار و سرعت از شبکه هم مکان با میان یابی رای-چو<sup>۲</sup> [۳۱]، برای مقادیر سرعت روی وجوه استفاده شده است. برای ارزیابی توام جملات پخش و جابجایی در محل وجوه از طرح بالا دست<sup>۳</sup> استفاده شده است. سیستم معادلات جبری با استفاده از الگوریتم ماتریس سه قطری<sup>۴</sup> به روش ضمنی جایگزینی جهات<sup>۵</sup> حل شده و باقیمانده‌ی نتایج تا دقت  $10^{-11}$  گزارش گردیده است. در نهایت، کد با استفاده از زبان برنامه‌نویسی فورتن<sup>۶</sup> نوشته شده است.

۵ - نتایج عددی و بحث

در ارتباط با شکل (۱) که در آن هندسه جریان مورد نظر این مطالعه معرفی شده است، یک شبکه غیر یکنواخت مطابق با شکل (۲) ایجاد گردید. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در مجاورت دیواره‌های بالا و پایین و همچنین در ابتدا و انتهای طول ناحیه میدان مغناطیسی ( $L_M$ ) شبکه به دلیل تغییرات شدید متغیرهای جریان، ریزتر شده است. شایان ذکر است که در شکل ارائه‌شده، به منظور وضوح بیشتر، از تعداد گره‌های کمتری استفاده شده است.

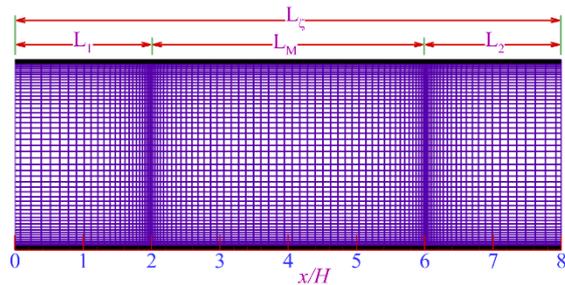


Fig. 2. A Sample of a Non-Uniform Grid Generated by an Algebraic Method. شکل ۲. یک نمونه شبکه غیریکنواخت تولید شده به روش جبری.

۱-۵ - بررسی صحت همگرایی و درستی نتایج

با توجه به غیرخطی بودن معادلات جریان سیال، برای اثبات همگرایی، فرایند حل معادلات تا مرتبه خطای ماشین تکرار و سپس استقلال نتایج حاصله (خطای نسبی سرعت و توزیع پتانسیل داخلی) از تعداد و موقعیت گره‌ها بررسی شده است. مسأله مورد نظر در این بخش، با مشخصات، نسبت طول به عرض ریزمجرا  $L/H = 8$ ، ضخامت لایه دو گانه الکتریکی  $\kappa = 16.42$ ، عدد رینولدز  $Re = 0.03$  و پتانسیل دیواره  $\zeta = -35$  (mVolt) می‌باشد. در جدول (۱) انحراف خطای نسبی به ازای تعداد گره‌های مختلف بر حسب درصد محاسبه و گزارش شده است.

جدول ۱. نتایج حاصل از بررسی استقلال شبکه.

Number of nodes	30×15	90×45	150×75	180×90	210×105
Relative Error for Velocity	3.42%	0.82%	0.63%	0.35%	0.31%
Relative Error for the EDL Potential	8.08%	4.56%	1.65%	0.96%	0.62%

1. SIMPLE
2. Rhie-Chow
3. Upwind Scheme
4. Tridiagonal Matrix Algorithm (TDMA)
5. Alternative Direction Implicit (ADI)
6. FORTRAN

جدول ۲. مقادیر خواص و ثابت‌های مورد استفاده در پژوهش حاضر.

Table 2. Values of Properties and Constants Used in the Present Study.

Variable	Quantity	Value (Unit)
$D_s$	Species Diffusion Coefficient	$1.0 \times 10^{-10}$ (ms <sup>-2</sup> )
$D_i$	The Ion Diffusion Coefficients	$2.0 \times 10^{-9}$ (ms <sup>-2</sup> )
$e$	Electric Charge	$1.602 \times 10^{-19}$ (Coulomb)
$k_B$	Boltzmann Constant	$1.381 \times 10^{-23}$ (JK <sup>-1</sup> )
$N_A$	Avogadro Number	$6.022 \times 10^{23}$ (mol <sup>-1</sup> )
$z$	Charge Valence Number	1.0
$\mu$	Fluid Dynamic Viscosity	$1.0 \times 10^{-3}$ (Pas)
$\rho$	Fluid Density	$1.0 \times 10^3$ (kgm <sup>-3</sup> )
$\epsilon_0$	Vacuum Permittivity	8.854 $\times 10^{-12}$ (CoulombVolt <sup>-1</sup> m <sup>-1</sup> )
$\epsilon_r$	Relative Permittivity	80.0

۲-۵- نتایج عددی

همان طور که در بخش دو بیان شد، مسأله اصلی مورد نظر در مقاله حاضر جریان در یک ریزمجرای تخت با چند بخش مختلف است که جزئیات آن در شکل (۱) نشان داده شده است. بخش  $L_7$  به طول  $L$  و عامل تولید جریان اصلی الکترواسموتیک است و در بخش  $L_M$  یک میدان مغناطیسی به منظور افزایش عملکرد اختلاط اعمال شده است. بعلاوه، بخش‌های  $L_1$  و  $L_2$  فاقد میدان مغناطیسی (تحت تأثیر نفوذ غیرمستقیم میدان مغناطیسی) می‌باشند.

نتایج عددی در این بخش برای جریان الکترواسموتیک با شرایط مرزی بیان شده توسط معادلات (۱۲) تا (۱۴) گزارش می‌شود. بعلاوه عدد رینولدز جریان  $Re = 0.03$ ، مقدار زتا پتانسیل دیواره  $5 \leq \zeta \leq -100$  mVolt، پارامتر لایه دوگانه الکتریکی  $\kappa = 16.42$ ، غلظت مولی محلول الکترولیت  $C_0 = 10^{-6}$  (Kmolm<sup>-3</sup>) و هدایت الکتریکی سیال  $\sigma_{Fluid} = 15$  (Ω<sup>-1</sup>m<sup>-1</sup>) انتخاب شده است. با توجه به مقادیر انتخابی برای دو پارامتر  $Re$  و  $\kappa$  به عنوان داده ورودی قابل تنظیم، مقادیر سرعت مرجع  $U_{Ref} = 6.0 \times 10^{-3}$  (ms<sup>-1</sup>)، عرض ریزمجرا  $H \cong 5$  (μm)، قدرت میدان الکتریکی  $84.71 \leq E_{Ref} < 1694.15$  با واحد ولت بر میلی‌متر، پتانسیل خارجی در ورودی  $3.39 \leq \phi_1 < 67.76$  با واحد ولت، اعداد بی‌بعد  $16.76 \leq A \leq 335.2$  و  $B = 67.72$  به دست آمده و در برنامه عددی اعمال گردیده است. لازم به ذکر است که در مقاله حاضر  $0 \leq B_0 \leq 20.0$  با واحد  $(NA^{-1}m^{-1})$  انتخاب شده است که در این صورت عدد هارتمن  $0 \leq Ha \leq 1.2 \times 10^{-2}$  و  $0 \leq G \leq 7.08 \times 10^{-8}$  خواهد بود.

در ادامه این بخش، ابتدا نتایج میدان جریان سیال (شامل خطوط جریان، بردارهای سرعت و توزیع فشار) و سپس میدان غلظت گونه‌ها (C) و راندمان اختلاط ( $\epsilon_m$ ) بیان می‌شود.

۱-۲-۵- نتایج عددی

به منظور درک بهتر اثرات میدان مغناطیسی روی پدیده اختلاط در جریان الکترواسموتیک مطابق شکل (۱) رفتار یک جریان الکترواسموتیک در حضور میدان‌های مغناطیسی مختلف بررسی می‌شود.

شکل (۶) خطوط جریان سیال را در ریزمجرا، برای دو مقدار  $B_0$  نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود با اعمال میدان مغناطیسی  $B_0 = 5$ ، دو گردابه در مجاورت دیواره بالا و پایین تشکیل می‌شود. گردابه‌ی کنار دیواره‌ی پایین ساعت‌گرد و گردابه کنار دیواره بالایی پادساعت‌گرد است. علت تشکیل گردابه را نیز می‌توان با توجه به عمود بودن امتداد نیروی دینامو هیدرومغناطیسی بر جهت جریان اصلی و اصل بقای جرم و مومنوم توجیه نمود. یعنی هنگامی که در ناحیه  $L_M$  یک نیروی قائم رو به پایین بر سیال وارد می‌شود، ابتدا یک گردادیان فشار مثبت از بالا به پایین بر سیال اعمال می‌شود. با توجه به اینکه سیال در جهت  $+x$  در حال تخلیه از ریزمجرا است، در نهایت یک مولفه سرعت قائم به سمت پایین پیدا می‌کند. از طرف دیگر اصل بقای جرم لازم می‌دارد که جریان قائم سیال در مقابله با دیواره پایینی دچار نقطه سکون گردد و در نتیجه سیال ابتدا به سمت چپ و سپس به سمت بالا تغییر مسیر داده و در نهایت یک گردابه ساعت‌گرد در کنار دیواره پایین تشکیل گردد. به همین ترتیب اصل بقای جرم لازم می‌دارد که برای تامین جرم جریان در کنار دیواره‌ی بالایی، مقداری

از روی دیواره شروع و در نواحی خط مرکزی ریزمجرا به صفر می‌رسد. لذا در این منطقه از ریزمجرا توزیع یون‌های مثبت و منفی، خنثی خواهد بود. ماهیت اشاره شده در شکل (۴) باعث گردیده است که پروفیل سرعت در عرض ریزمجرا نیز رفتاری مشابه داشته باشد به طوری که در شکل (۵) مقدار سرعت از صفر روی دیواره به مقدار حداکثر ( $U_{Ref}$ ) در انتهای ضخامت ای‌دی‌ال می‌رسد و در نواحی خط مرکزی ریزمجرا به شکل تخت باقی می‌ماند. از این شکل‌ها به وضوح پیداست که نتایج عددی و حل تحلیلی تطابق خوبی با یکدیگر دارند.

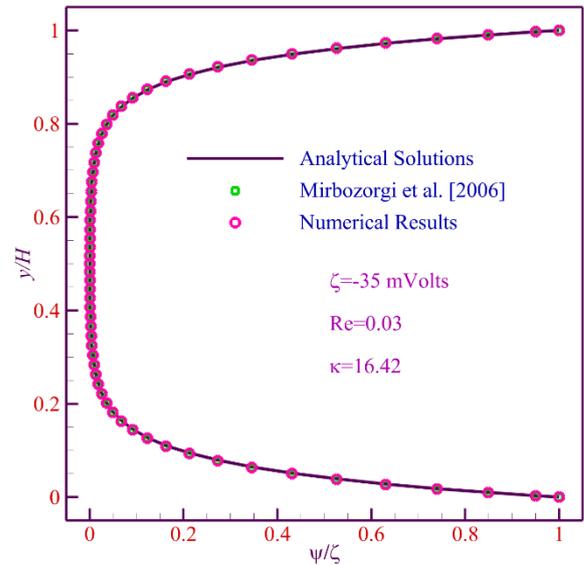


Fig. 4. Comparison of Numerical Results of Internal Electric Potential Distribution with the Analytical Solution (Equation (15)) for Ideal Electroosmotic Flow.

شکل ۴. مقایسه نتایج عددی توزیع پتانسیل الکتریکی داخلی با حل تحلیلی (معادله (۱۵)) برای جریان ایده‌آل الکترواسموتیک.

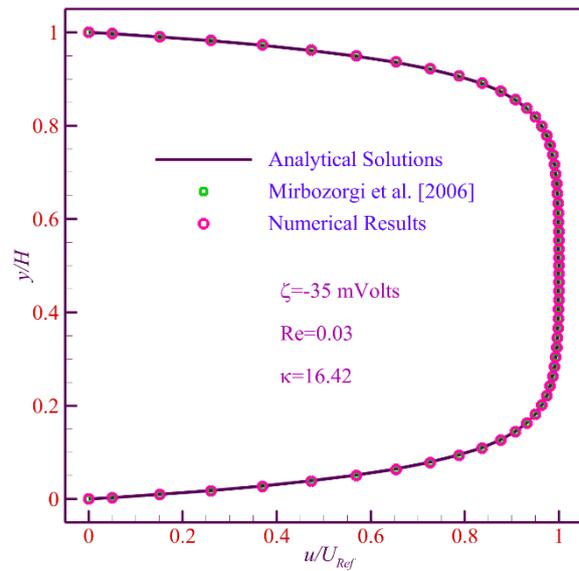


Fig. 5. Comparison of Numerical Results of Velocity Distribution with the Analytical Solution (Equation (16)) for Ideal Electroosmotic Flow.

شکل ۵. مقایسه نتایج عددی توزیع سرعت با حل تحلیلی (معادله (۱۶)) برای جریان ایده‌آل الکترواسموتیک.

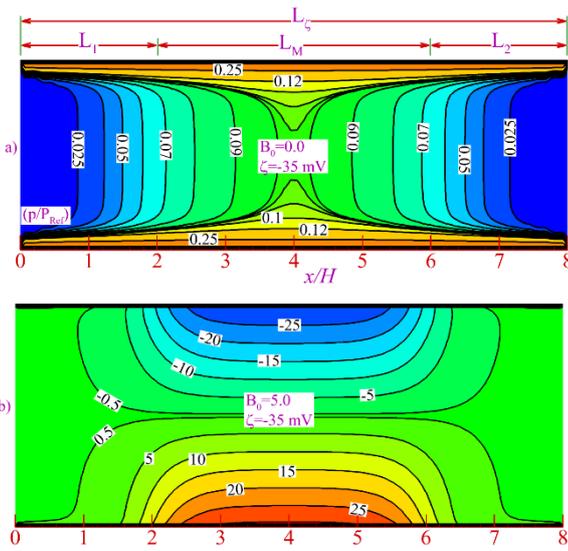


Fig. 7. Pressure Contours in the Presence of Two Different Magnetic Fields.

شکل ۷. خطوط هم‌تراز فشار در حضور دو میدان مغناطیسی مختلف.

### ۲-۲-۵- معیار محاسبه‌ی راندمان اختلاط گونه‌ها

برای بررسی کتی میزان اختلاط، از راندمان اختلاط ( $\epsilon_m$ ) برای ریزمخلوط‌گرها استفاده می‌شود.

$$\epsilon_m = 1 - \frac{\sigma_w}{\sigma_{w,max}} \quad (17)$$

که در آن  $\sigma_w$  مقدار انحراف معیار غلظت‌ها در هر مقطع (معرف میزان ناهمگنی در آن مقطع) و  $\sigma_{w,max}$  یک مقدار مرجع است. در صورتی که اختلاط کامل مورد نظر باشد،  $\sigma_{w,max} = 0.5$  می‌باشد. پژوهشگران [۳۶-۳۲]، برای محاسبه انحراف معیار غلظت‌ها در هر مقطع ( $\sigma_w$ ) روابط مختلفی پیشنهاد کرده‌اند که در این پژوهش از رابطه زیر استفاده شده است.

$$\sigma_w^2 = \frac{\int_0^H u(y)[C(y) - C_m]^2 dy}{\int_0^H u(y) dy} \quad (18)$$

که در آن  $C_m = \int_0^H u(y) C(y) dy / \int_0^H u(y) dy$  مقدار غلظت متوسط در هر مقطع از ریزمجرا می‌باشد.

شکل (۸) نتایج عددی خطوط هم‌تراز پی‌بعد غلظت گونه‌ها در طول ریزمجرا حاصل از حل معادله (۱۱) و شرایط مرزی میدان غلظت بخش مربوطه را در حضور و عدم حضور میدان مغناطیسی نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود در حضور  $B_0 = 5$  خطوط هم‌تراز غلظت گونه‌ها به ویژه در ناحیه میانی پیچ و تاب بیشتری پیدا کرده است. این وضعیت مطابق انتظار اختلاط گونه‌ها را افزایش می‌دهد چرا که طول مسیر عبور جریان در نهایت افزایش داشته است و لذا در خروجی نسبت به حالت  $B_0 = 0$  غلظت گونه‌ها دارای یکنواختی بیشتری شده است. به منظور وضوح بیشتر در شکل (۹) مقادیر عرضی غلظت گونه‌ها برای چند مقطع از ابتدا تا انتهای ریزمجرا رسم شده است و مشاهده می‌شود غلظت گونه‌ها از صفر و یک ورودی (در  $x = 0$ ) به تدریج در خروجی به مقدار 0.5 نزدیک شده است.

جرم برگشتی در جهت  $x$  وارد ناحیه  $L_M$  گردد و لذا یک نقطه سکون در کنار دیواره بالایی تشکیل می‌شود. جرم برگشتی در کنار دیواره بالایی باعث ایجاد یک گردابه پادساعت‌گرد می‌شود و بدین ترتیب طرح جریان مورد نظر شکل می‌گیرد که به منظور ایجاد اختلاط در گونه‌ها مورد بهره‌برداری قرار می‌گیرد.

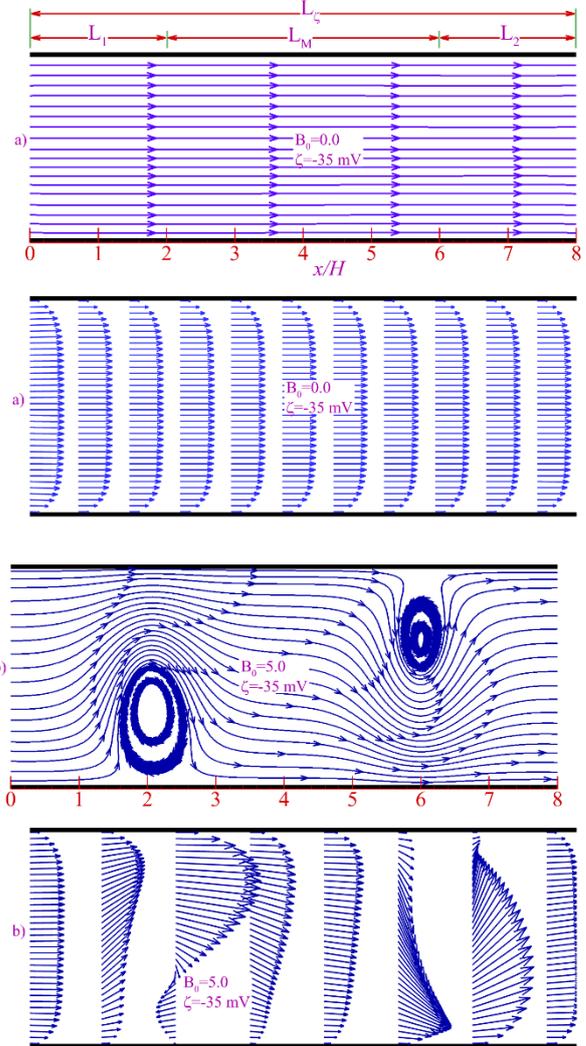


Fig. 6. Streamlines and Velocity Vectors in the Presence and absence of Magnetic Fields.

شکل ۶. خطوط جریان و بردارهای سرعت در حضور و عدم حضور میدان مغناطیسی.

شکل (۷) خطوط هم‌تراز فشار را در حالت اعمال و عدم اعمال میدان مغناطیسی نشان می‌دهد. در حالت عدم اعمال میدان مغناطیسی مشاهده می‌شود یک گردان فشار منفی از نواحی ورودی و خروجی به سمت مرکز ریزمجرا ایجاد شده است. بعلاوه حالت اعمال میدان مغناطیسی مشاهده می‌شود که یک گردان فشار مثبت از بالا به پایین در ناحیه  $L_M$  ایجاد شده است. دلیل این امر را می‌توان این‌طور توجیه نمود: اگر با حرکت سیالی که تحت تاثیر نیروی حجمی است مخالفت شود، همواره یک گردان فشار مثبت در جهت نیرو ایجاد می‌شود. حضور دیواره‌های بالا و پایین از حرکت قائم سیال در جهت  $y$  - مخالفت کرده و لذا یک گردان فشار مثبت از بالا به پایین ایجاد می‌گردد. بنابراین یک گردان فشار مثبت به دلیل نیروی قائم دینامو هیدرومغناطیسی مطابق شکل مورد نظر ایجاد شده است.

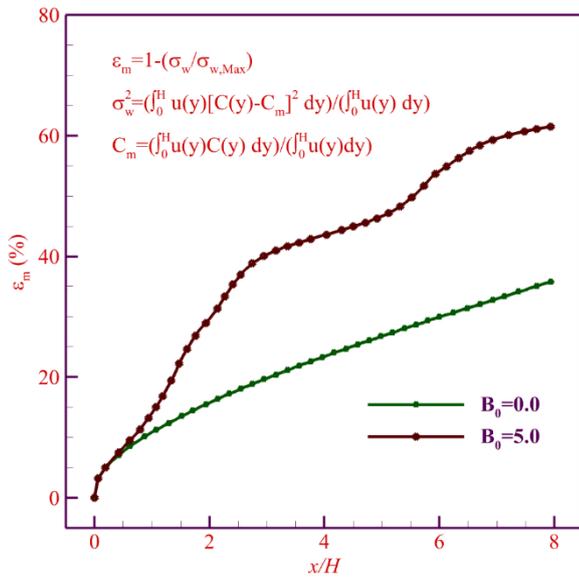


Fig. 10. Mixing Efficiency along the Microchannel in the Presence and Absence of a Magnetic Field.

شکل ۱۰. راندمان اختلاط در طول ریزمجرا در حضور و عدم حضور میدان مغناطیسی.

شکل (۱۱) راندمان اختلاط را به ازای مقادیر مختلف زتا پتانسیل دیواره نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با افزایش قدرمطلق زتا پتانسیل دیواره، راندمان اختلاط کاهش می‌یابد. علت این کاهش را می‌توان این‌طور توجیه نمود که وقتی قدرمطلق زتا پتانسیل دیواره افزایش می‌یابد، نیروی حجمی الکترواستاتیکی که عامل تولید جریان اصلی است، افزایش می‌یابد و بر نیروی دیناموهایدرومغناطیسی (عامل اختلاط گونه‌ها) غلبه می‌کند. در نتیجه، این امر مانع تشکیل گردابه در ریزمجرا شده و راندمان اختلاط کاهش می‌یابد.

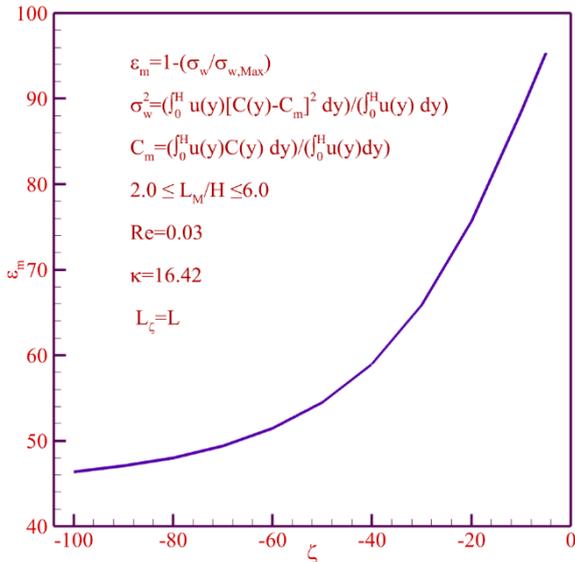


Fig. 11. Mixing Efficiency for Different Values of Wall Zeta Potential.

شکل ۱۱. راندمان اختلاط برای مقادیر مختلف زتا پتانسیل دیواره‌ها.

شکل (۱۲) راندمان اختلاط را به ازای مقادیر مختلف میدان مغناطیسی نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با افزایش چگالی شار مغناطیسی راندمان اختلاط افزایش می‌یابد. علت این افزایش را می‌توان این‌طور توجیه نمود که وقتی چگالی شار مغناطیسی افزایش می‌یابد، نیروی حجمی دیناموهایدرومغناطیسی که عامل

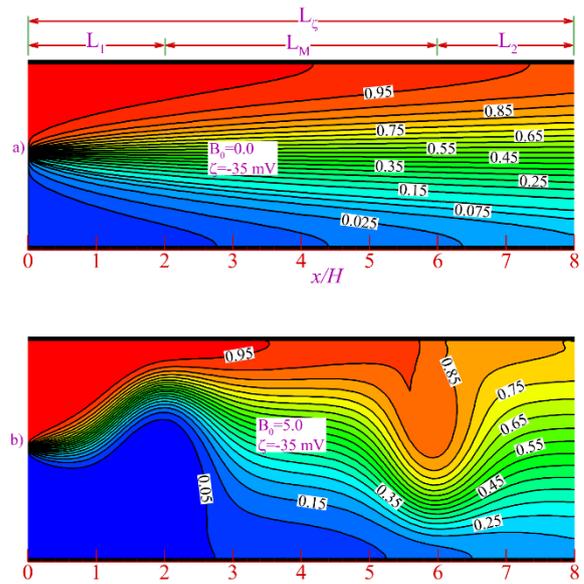


Fig. 8. Species Concentration Contours.

شکل ۸. خطوط هم‌تراز غلظت گونه‌ها.

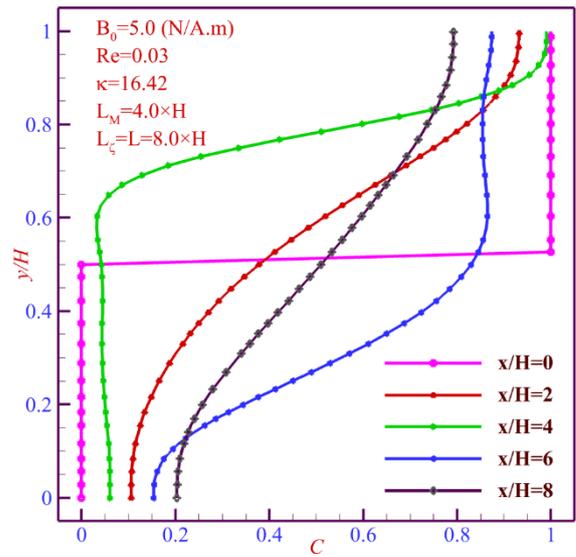


Fig. 9. Species Concentration Distribution at Different Cross-Sections of the Microchannel.

شکل ۹. توزیع غلظت گونه‌ها در مقاطع مختلف ریزمجرا.

شکل (۱۰) نتایج راندمان اختلاط ( $\epsilon_m$ ) در طول ریزمجرا را در حضور و عدم حضور میدان مغناطیسی نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با عبور جریان در طول ریزمجرا راندمان اختلاط حتی در عدم حضور میدان مغناطیسی افزایش می‌یابد و نهایتاً به 35.73 درصد در خروجی می‌رسد که علت این افزایش، اثر مکانیزم پخش گونه‌ها است. این در حالی است که با اعمال میدان مغناطیسی  $B_0 = 5$  راندمان اختلاط هنوز بیشتر شده و به 61.49 درصد می‌رسد. علت این امر، پیدایش دو گردابه مورد بحث به دلیل حضور میدان مغناطیسی و نیروی قائم دیناموهایدرومغناطیسی ناشی از آن است که نهایتاً اختلاط را افزایش داده است.

$E_{Ref}$	قدرت میدان الکتریکی مرجع ( $\text{Voltm}^{-1}$ )
$e$	بار الکتریکی (Coulomb)
$G$	یک پارامتری بی بعد جدید، بیان کننده نسبت قابلیت حرکت الکترواسموتیکی به قابلیت حرکت دیناموهایدرومغناطیسی
$H$	ارتفاع ریزمجرا (m)
$Ha$	عدد هارتمن
$K$	پارامتر دیبای-هوکل ( $\text{m}^{-1}$ )
$k_B$	ضریب بولتزمن ( $\text{JK}^{-1}$ )
$L$	طول ریزمجرا (m)
$L_\zeta$	طول زتا پتانسیل (m)
$L_M$	طول میدان مغناطیسی (m)
$L_1$	طول ناحیه ورودی (m)
$L_2$	طول ناحیه خروجی (m)
$N_A$	عدد آووگادرو ( $\text{number of ionsmol}^{-1}$ )
$n_0$	غلظت توده‌ای یون‌ها ( $\text{ionsm}^{-3}$ )
$n^\pm$	غلظت یون‌های مثبت و منفی ( $\text{ionsm}^{-3}$ )
$p$	فشار ( $\text{Nm}^{-2}$ )
$Re$	عدد رینولدز جریان
$Sc^\pm$	عدد اشتمیت یون‌ها
$Sc$	عدد اشتمیت گونه‌ها
$T$	دمای مطلق (K)
$U_{Ref}$	سرعت مرجع ( $\text{ms}^{-1}$ )
$u$	مؤلفه افقی سرعت سیال ( $\text{ms}^{-1}$ )
$V_{App}$	ولتاژ اعمال شده خارجی (Volts)
$v$	مؤلفه عمودی سرعت سیال ( $\text{ms}^{-1}$ )
$x$	مؤلفه مختصات افقی
$y$	مؤلفه مختصات عمودی

**حروف یونانی**

$\epsilon_0$	ضریب گذردهی خلا ( $\text{CoulombVolt}^{-1}\text{m}^{-1}$ )
$\epsilon_r$	ثابت دی الکتریک محلول
$\zeta$	زتا پتانسیل (Volts)
$\kappa$	پارامتر ضخامت لایه دوگانه الکتریکی
$\mu$	ویسکوزیته دینامیکی سیال ( $\text{Nsm}^{-2}$ )
$\mu_{EO}$	قابلیت حرکت الکترواسموتیکی ( $\text{CoulombmN}^{-1}\text{s}^{-1}$ )
$\mu_{MHD}$	قابلیت حرکت دیناموهایدرومغناطیسی ( $\text{CoulombmN}^{-1}\text{s}^{-1}$ )
$\rho$	چگالی حجمی سیال ( $\text{kgm}^{-3}$ )
$\rho_e$	چگالی حجمی خالص بار الکتریکی ( $\text{Coulombm}^{-3}$ )
$\sigma_{Fluid}$	هدایت الکتریکی سیال ( $\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ )
$\varphi$	میدان پتانسیل الکتریکی خارجی (Volt)
$\varphi_1$	پتانسیل الکتریکی خارجی در ورودی (Volt)
$\varphi_2$	پتانسیل الکتریکی خارجی در خروجی (Volt)
$\psi$	پتانسیل الکتریکی درون لایه دوگانه الکتریکی (Volt)

**زیرنویس‌ها**

EO	الکترواسموتیک
Fluid	سیال
MHD	دیناموهایدرومغناطیس
Ref	مقدار مرجع

**۸ - مراجع**

[1] C. Bisson, J. Campbell, R. Cheadle, M. Chomiak, J. Lee, C. Miller, et al., "A microanalytical device for the assessment of coagulation parameters in whole blood", in Proc. Solid-State Sens. Actuator Workshop, 1998, pp. 1-6.

[2] S. R. Khetani and S. N. Bhatia, "Microscale culture of human liver cells for drug development", Nature biotechnology, Vol. 26, pp. 120-126, 2008.

[3] R. J. Meagher, A. V. Hatch, R. F. Renzi, and A. K. Singh, "An integrated microfluidic platform for sensitive and rapid detection of biological toxins", Lab on a Chip, Vol. 8, pp. 2046-2053, 2008.

اختلاط گونه‌ها است، افزایش می‌یابد و بر نیروی الکترواسموتیکی که عامل تولید جریان اصلی غلبه می‌کند. در نتیجه‌ی این امر، گردابه‌های تولید شده در ریزمجرا، بزرگتر شده و راندمان اختلاط افزایش می‌یابد.

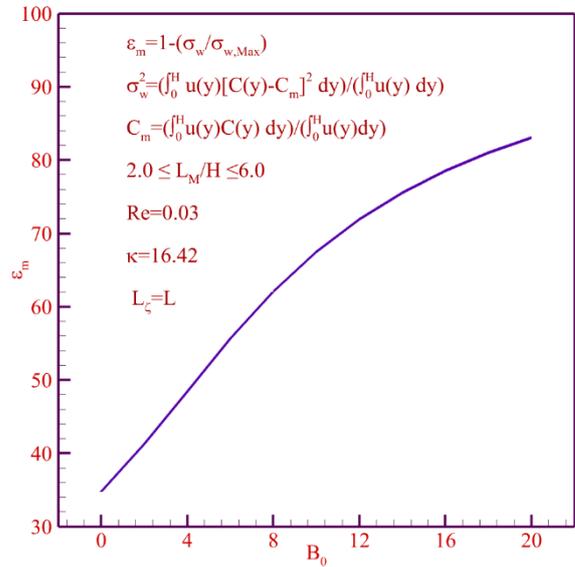


Fig. 12. Mixing Efficiency for Different Magnetic Flux Densities. شکل ۱۲. راندمان اختلاط برای مقادیر مختلف چگالی شار مغناطیسی.

**۶ - نتیجه‌گیری**

در مقاله حاضر ضمن معرفی یک ریزمخلوط‌گر جدید مگنتو-الکترواسموتیکی، راندمان اختلاط غیرفعال آن مورد بررسی و شبیه سازی عددی قرار گرفته است. بطور اخص اثرات میدان مغناطیسی و زتا پتانسیل دیواره‌ها بر طرح جریان و راندمان نهایی ارزیابی گردیده است. برای این منظور، توزیع عددی میدان‌های مغناطیسی، فشار، سرعت، پتانسیل الکتریکی خارجی، پتانسیل الکتریکی درون لایه‌ی دوگانه الکتریکی، توزیع غلظت یون‌های مثبت و منفی، توزیع غلظت گونه‌ها و راندمان اختلاط با حل معادلات مربوطه به دست آمده و برخی گزارش شده است. مطالعه حاضر نشان داد که زتا پتانسیل به عنوان یک پارامتر کلیدی در ریزمقیاس، می‌تواند نقش مهمی در کنترل گوی‌ی جریان ایفا کند. با افزایش زتا پتانسیل، نیروی الکترواسموتیک افزایش یافته و جریان در کانال تسهیل می‌شود. از سوی دیگر، میدان مغناطیسی از طریق نیروی لورنتس منجر به افت سرعت و در نتیجه تضعیف حرکت سیال می‌شود. بررسی همزمان این دو اثر نشان می‌دهد که امکان تنظیم رفتار سیال در ریزمجراها از طریق اعمال دقیق شرایط الکتریکی و مغناطیسی وجود دارد. در نهایت، این تحلیل هیدرودینامیکی می‌تواند مبنای توسعه طراحی در سامانه‌های ریزالکترومکانیکی و حسگرهای زیستی باشد که در آن‌ها کنترل دقیق بر جریان سیال ضروری است. نتایج عددی نشان داد که برای جریان در یک ریزمجرا با رینولدز  $Re = 0.03$ ، پارامتر لایه دوگانه الکتریکی  $\kappa = 16.42$  و چگالی سطحی شار مغناطیسی  $B_0 = 5 \text{ (NA}^{-1}\text{m}^{-1}\text{)}$ ، راندمان اختلاط با افزایش زتا پتانسیل کاهش می‌یابد، به طوری که این کاهش راندمان اختلاط از مقدار 98 درصد برای  $\zeta = -5$  به مقدار 45 درصد برای  $\zeta = -100 \text{ (mVolt)}$  می‌رسد.

**۷ - فهرست علائم**

A	یک عدد بی بعد، بیان کننده نسبت ولتاژ اعمالی خارجی به ولتاژ پایه
B	یک عدد بی بعد، بیان کننده نسبت فشار یونی به فشار دینامیکی
$B_z$	چگالی سطحی شار مغناطیسی ( $\text{NA}^{-1}\text{m}^{-1}$ , or Tesla)
$B_0$	چگالی سطحی شار مغناطیسی مرجع
$C_0$	غلظت مولی یون‌ها ( $\text{molm}^{-3}$ )
$D_t^\pm$	ضریب پخش یون‌های مثبت و منفی ( $\text{m}^2\text{s}^{-1}$ )
$D_s$	ضریب پخش گونه ( $\text{m}^2\text{s}^{-1}$ )

- [20] R. Balaji, J. Prakash, D. Tripathi, and O. A. Bég, "Computation of magnetohydrodynamic electro-osmotic modulated rotating squeezing flow with zeta potential effects", *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, Vol. 640, p. 128430, 2022.
- [21] W. J. Luo, K. F. Yarn, and S. P. Hsu, "Analysis of electrokinetic mixing using AC electric field and patchwise surface heterogeneities", *Japanese journal of applied physics*, Vol. 46, p. 1608, 2007.
- [22] S. Xiong and C. Xueye, "Numerical study of a three-dimensional electroosmotic micromixer with Koch fractal curve structure", *Journal of Chemical Technology & Biotechnology*, Vol. 96, 2021.
- [23] B. Mondal, M. Sumit Kumar, P. Sukumar, and P. Promod Kumar, "Numerical analysis of electroosmotic mixing in a heterogeneous charged micromixer with obstacles", *Chemical Engineering and Processing-Process Intensification*, Vol. 168, 2021.
- [24] R. Kalantar Feeoj, S. M. Alavi Eshkaftaki, I. Kazemi Asfeh, and M. Jahangiri, "Finite-Element Simulation of Electroosmotic Mixing: A Study of the Simultaneous Effects of Working Parameters for Optimization", *International Journal of Chemical Engineering*, Vol. 1, 2022.
- [25] C. Zhong, W. Yalin, and Z. Song, "Numerical Analysis of Mixing Performance in an Electroosmotic Micromixer with Cosine Channel Walls", *Micromachines*, Vol. 13, 2022.
- [26] E. E. Herrera-Valencia, M. L. Sánchez-Villavicencio, C. Soriano-Correa, O. Bautista, L. A. Ramírez-Torres, V. J. Hernández-Abad, et al., "Study of the electroosmotic flow of a structured fluid with a new generalized rheological model", *Rheologica Acta*, Vol. 63, pp. 3-32, 2024/01/01 2024.
- [27] M. Jain and K. Nandakumar, "Optimal patterning of heterogeneous surface charge for improved electrokinetic micromixing", *Computers & Chemical Engineering*, Vol. 49, pp. 18-24, 2013.
- [28] A. Nayak, "Analysis of mixing for electroosmotic flow in micro/nano channels with heterogeneous surface potential", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 75, pp. 135-144, 2014.
- [29] C. C. C. Cha'o-Kuang Chen, "Numerical investigation into mixing performance of electrokinetically-driven power-law fluids in microchannel with patterned trapezoid Blocks", *World Academy of Science, Engineering and Technology, International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering*, Vol. 7, pp. 1406-1411, 2013.
- [30] M. Dallakehnejad, H. Hassanzadeh Afrouzi, S. M. Seyyedi, F. Salehi, and A. A. Mehrizi, "Effects of electric and magnetic fields in magnetic mixing in electroosmotic flows", *Physics of Fluids*, Vol. 36, 2024.
- [31] C. Rhie and W. L. Chow, "Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation", *AIAA journal*, Vol. 21, pp. 1525-1532, 1983.
- [32] M. Engler, N. Kockmann, T. Kiefer, and P. Woias, "Numerical and experimental investigations on liquid mixing in static micromixers", *Chemical Engineering Journal*, Vol. 101, pp. 315-322, 2004.
- [33] J. M. Chen, T. L. Horng, and W. Y. Tan, "Analysis and measurements of mixing in pressure-driven microchannel flow", *Microfluidics and Nanofluidics*, Vol. 2, pp. 455-469, 2006.
- [34] J. Ou, G. R. Moss, and J. P. Rothstein, "Enhanced mixing in laminar flows using ultrahydrophobic surfaces", *Physical Review E*, Vol. 76, p. 016304, 2007.
- [4] L. H. Lu, K. S. Ryu, and C. Liu, "A magnetic microstirrer and array for microfluidic mixing", *Journal of microelectromechanical systems*, Vol. 11, pp. 462-469, 2002.
- [5] H. Suzuki and C. M. Ho, "A magnetic force driven chaotic micro-mixer", in *Technical Digest. MEMS 2002 IEEE International Conference. Fifteenth IEEE International Conference on Micro Electro Mechanical Systems (Cat. No. 02CH37266)*, 2002, pp. 40-43.
- [6] Y. Ma, C. P. Sun, M. Fields, Y. Li, D. A. Haake, B. M. Churchill, et al., "An unsteady microfluidic T-form mixer perturbed by hydrodynamic pressure", *Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 18, p. 045015, 2008.
- [7] G. G. Yaralioglu, I. O. Wygant, T. C. Marentis, and B. T. Khuri-Yakub, "Ultrasonic mixing in microfluidic channels using integrated transducers", *Analytical chemistry*, Vol. 76, pp. 3694-3698, 2004.
- [8] J. H. Tsai and L. Lin, "Active microfluidic mixer and gas bubble filter driven by thermal bubble micropump", *Sensors and Actuators A: Physical*, Vol. 97, pp. 665-671, 2002.
- [9] A. D. Stroock, S. K. Dertinger, G. M. Whitesides, and A. Ajdari, "Patterning flows using grooved surfaces", *Analytical chemistry*, Vol. 74, pp. 5306-5312, 2002.
- [10] D. S. Kim, S. W. Lee, T. H. Kwon, and S. S. Lee, "A barrier embedded chaotic micromixer", *Journal of micromechanics and microengineering*, Vol. 14, p. 798, 2004.
- [11] N. Aoki and K. Mae, "Effects of channel geometry on mixing performance of micromixers using collision of fluid segments", *Chemical Engineering Journal*, Vol. 118, pp. 189-197, 2006.
- [12] S. Mirbozorgi, H. Niazmand, and M. Renksizbulut, "Electro-osmotic flow in reservoir-connected flat microchannels with non-uniform zeta potential", *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 128, pp. 1133-1143, 2006.
- [13] M. Dallakehnejad, S. M. Seyyedi, H. H. Afrouzi, F. Salehi, and A. A. Mehrizi, "Toward tuning flow characteristics in microchannel by nanotechnology and electrokinetic: Numerical simulation of heterogenous electroosmotic flow", *Alexandria Engineering Journal*, Vol. 83, pp. 66-84, 2023.
- [14] S. Rashidi, H. Bafekr, M. S. Valipour, and J. A. Esfahani, "A review on the application, simulation, and experiment of the electrokinetic mixers", *Chemical Engineering and Processing-Process Intensification*, Vol. 126, pp. 108-122, 2018.
- [15] M. Dallakehnejad, S. A. Mirbozorgi, and H. Niazmand, "A numerical investigation of magnetic mixing in electroosmotic flows", *Journal of Electrostatics*, Vol. 100, p. 103354, 2019.
- [16] A. Usefian and M. Bayareh, "Numerical and experimental study on mixing performance of a novel electro-osmotic micro-mixer", *Meccanica*, Vol. 54, pp. 1149-1162, 2019.
- [17] S. Ganguly, S. Sarkar, T. K. Hota, and M. Mishra, "Thermally developing combined electroosmotic and pressure-driven flow of nanofluids in a microchannel under the effect of magnetic field", *Chemical Engineering Science*, Vol. 126, pp. 10-21, 2015.
- [18] S. Sarkar, S. Ganguly, M. Mishra, and T. Hota, "Thermally developing combined electroosmotic and pressure-driven flow of nanofluids in a microchannel under the effect of magnetic field", 2016.
- [19] C. Vargas, J. Arcos, O. Bautista, and F. Mendez, "Hydrodynamic dispersion in a combined magnetohydrodynamic-electroosmotic-driven flow through a microchannel with slowly varying wall zeta potentials", *Physics of Fluids*, Vol. 29, 2017.

- [35] H. Bockelmann, V. Heuveline, and D. P. Barz, "Optimization of an electrokinetic mixer for microfluidic applications", *Biomicrofluidics*, Vol. 6, p. 024123, 2012.
- [36] J. Jamaati, H. Niazmand, and M. Renksizbulut, "Investigation of electrokinetic mixing in 3D non-homogenous microchannels", *Journal of Computational & Applied Research in Mechanical Engineering (JCARME)*, Vol. 3, pp. 41-52, 2013.